

Mathématiques gonflables

David Vogan

Université de Lorraine
8 juin, 2016

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

Outline

Une construction à partir de pièces simples

Quelques idées issues de l'algèbre linéaire

L'ordre de Bruhat

Les variétés de Schubert

Le calcul (sans) des variétés de Schubert

Les polynômes de Kazhdan-Lusztig

Une dépendance au silicium

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

Les personnages de la pièce

Mathématiques
gonflables

David Vogan

Camille Jordan (1838–1922)



Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

Les personnages de la pièce

Mathématiques
gonflables

David Vogan

Camille Jordan (1838–1922)



Hannibal Schubert (1848–1911)



Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

Les personnages de la pièce

Mathématiques
gonflables

David Vogan

Camille Jordan (1838–1922)



Hannibal Schubert (1848–1911)



François Bruhat (1929–2007)



Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

L'idée principale

Nous commençons par de **l'algèbre linéaire** : la résolution d'un système d'équations linéaires par l'élimination de Gauss-Jordan.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

L'idée principale

Nous commençons par de **l'algèbre linéaire** : la résolution d'un système d'équations linéaires par l'élimination de Gauss-Jordan.

Idée : **réduire le nombre de coordonnées**

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

L'idée principale

Nous commençons par de **l'algèbre linéaire** : la résolution d'un système d'équations linéaires par l'élimination de Gauss-Jordan.

Idée : **réduire le nombre de coordonnées**

Établir un rapport entre l'algèbre et la **géométrie** des droites et des plans.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

L'idée principale

Nous commençons par de **l'algèbre linéaire** : la résolution d'un système d'équations linéaires par l'élimination de Gauss-Jordan.

Idée : **réduire le nombre de coordonnées**

Établir un rapport entre l'algèbre et la **géométrie** des droites et des plans.

Idée : **réduire le nombre de dimensions**

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

L'idée principale

Nous commençons par de **l'algèbre linéaire** : la résolution d'un système d'équations linéaires par l'élimination de Gauss-Jordan.

Idée : **réduire le nombre de coordonnées**

Établir un rapport entre l'algèbre et la **géométrie** des droites et des plans.

Idée : **réduire le nombre de dimensions**



Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

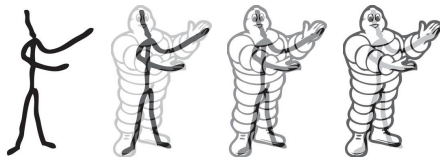
L'idée principale

Nous commençons par de **l'algèbre linéaire** : la résolution d'un système d'équations linéaires par l'élimination de Gauss-Jordan.

Idée : **réduire le nombre de coordonnées**

Établir un rapport entre l'algèbre et la **géométrie** des droites et des plans.

Idée : **réduire le nombre de dimensions**



Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

L'idée principale

Nous commençons par de **l'algèbre linéaire** : la résolution d'un système d'équations linéaires par l'élimination de Gauss-Jordan.

Idée : **réduire le nombre de coordonnées**

Établir un rapport entre l'algèbre et la **géométrie** des droites et des plans.

Idée : **réduire le nombre de dimensions**



Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

L'idée principale

Nous commençons par de **l'algèbre linéaire** : la résolution d'un système d'équations linéaires par l'élimination de Gauss-Jordan.

Idee : **réduire le nombre de coordonnées**

Établir un rapport entre l'algèbre et la **géométrie** des droites et des plans.

Idee : **réduire le nombre de dimensions**



Nous utilisons la même idée pour la géométrie plus compliquée.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

L'élimination de Gauss-Jordan : les cas faciles

Soient trois équations à trois inconnues

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = c_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = c_2$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = c_3$$

Supposons toujours qu'il n'y a qu'une seule solution.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

L'élimination de Gauss-Jordan : les cas faciles

Soient trois équations à trois inconnues

$$\begin{array}{rcl} a_{11}x_1 & = & c_1 \\ & a_{22}x_2 & = c_2 \\ & & a_{33}x_3 = c_3 \end{array}$$

Supposons toujours qu'il n'y a qu'une seule solution.

Le cas le plus simple est le cas diagonal : **diviser**
chaque équation par une constante pour **résoudre**.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

L'élimination de Gauss-Jordan : les cas faciles

Soient trois équations à trois inconnues

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 &= c_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 &= c_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 &= c_3 \end{aligned}$$

Supposons toujours qu'il n'y a qu'une seule solution.

Le cas le plus simple est le cas diagonal : **diviser** chaque équation par une constante pour **résoudre**.

Ensuite la plus simple est triangulaire inférieure : **ajouter** des multiples de certaines équations à celles en-dessous pour **résoudre**.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

L'élimination de Gauss-Jordan : les cas faciles

Soient trois équations à trois inconnues

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 &= c_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 &= c_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 &= c_3 \end{aligned}$$

Supposons toujours qu'il n'y a qu'une seule solution.

Le cas le plus simple est le cas diagonal : **diviser** chaque équation par une constante pour **résoudre**.

Ensuite la plus simple est triangulaire inférieure : **ajouter** des multiples de certaines équations à celles en-dessous pour **résoudre**.

Soit le système triangulaire inférieure SAUF que le coefficient $a_{12} \neq 0$. Ajouter un multiple de la première équation à la deuxième pour obtenir...

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

L'élimination de Gauss-Jordan : les cas faciles

Soient trois équations à trois inconnues

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 &= c_1 \\ a_{21}'x_1 &= c_2' \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 &= c_3 \end{aligned}$$

Supposons toujours qu'il n'y a qu'une seule solution.

Le cas le plus simple est le cas diagonal : **diviser** chaque équation par une constante pour **résoudre**.

Ensuite la plus simple est triangulaire inférieure : **ajouter** des multiples de certaines équations à celles en-dessous pour **résoudre**.

Soit le système triangulaire inférieure SAUF que le coefficient $a_{12} \neq 0$. Ajouter un multiple de la première équation à la deuxième pour obtenir... .

Ce système est presque triangulaire inférieure, à l'exception que les deux premières équations sont interverties.

L'élimination de Gauss-Jordan : le cas typique

Le système typique de trois équations est

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 &= c_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 &= c_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 &= c_3 \end{aligned}$$

avec (typiquement) $a_{13} \neq 0$. **Ajouter des multiples de la 1^{re} équation aux suivantes** pour obtenir...

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

L'élimination de Gauss-Jordan : le cas typique

Le système typique de trois équations est

$$\begin{array}{rclclcl} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & a_{13}x_3 & = & c_1 \\ a_{21}'x_1 & + & a_{22}'x_2 & & & = & c_2' \\ a_{31}'x_1 & + & a_{32}'x_2 & & & = & c_3' \end{array}$$

avec (typiquement) $a_{13} \neq 0$. **Ajouter des multiples de la 1^{re} équation aux suivantes** pour obtenir...

avec (typiquement) $a_{22}' \neq 0$. **Ajouter un multiple de la deuxième équation à la troisième** pour obtenir...

L'élimination de Gauss-Jordan : le cas typique

Le système typique de trois équations est

$$\begin{array}{rclclcl} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & a_{13}x_3 & = & c_1 \\ a_{21}'x_1 & + & a_{22}'x_2 & & & = & c_2' \\ a_{31}''x_1 & & & & & = & c_3'' \end{array}$$

avec (typiquement) $a_{13} \neq 0$. **Ajouter des multiples de la 1^{re} équation aux suivantes** pour obtenir...

avec (typiquement) $a_{22}' \neq 0$. **Ajouter un multiple de la deuxième équation à la troisième** pour obtenir...

Ce dernier système est à nouveau presque triangulaire inférieure, à l'exception que l'ordre des trois équations est inversé.

L'élimination de Gauss-Jordan : le cas typique

Le système typique de trois équations est

$$\begin{array}{rclclcl} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & a_{13}x_3 & = & c_1 \\ a_{21}'x_1 & + & a_{22}'x_2 & & & = & c_2' \\ a_{31}''x_1 & & & & & = & c_3'' \end{array}$$

avec (typiquement) $a_{13} \neq 0$. **Ajouter des multiples de la 1^{re} équation aux suivantes** pour obtenir...

avec (typiquement) $a_{22}' \neq 0$. **Ajouter un multiple de la deuxième équation à la troisième** pour obtenir...

Ce dernier système est à nouveau presque triangulaire inférieure, à l'exception que l'ordre des trois équations est inversé.

S'il y a plus d'équations, on utilise la notation matricielle. Soient $A = (a_{ij})$ la matrice des coefficients, et $\mathbf{x} = (x_j)$ le vecteur colonne d'inconnues.

Le théorème d'élimination de Gauss-Jordan

Mathématiques
gonflables

David Vogan

Théorème

Introduction

**L'élimination de
Gauss-Jordan**

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

Le théorème d'élimination de Gauss-Jordan

Mathématiques
gonflables

David Vogan

Théorème

Soit A une matrice $n \times n$ inversible, et \mathbf{c} un n -uplet de constantes. Considérons le système de n équations à n inconnues

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{c}.$$

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

Le théorème d'élimination de Gauss-Jordan

Mathématiques
gonflables

David Vogan

Théorème

Soit A une matrice $n \times n$ inversible, et \mathbf{c} un n -uplet de constantes. Considérons le système de n équations à n inconnues

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{c}.$$

En utilisant les deux opérations

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

Le théorème d'élimination de Gauss-Jordan

Théorème

Soit A une matrice $n \times n$ inversible, et \mathbf{c} un n -uplet de constantes. Considérons le système de n équations à n inconnues

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{c}.$$

En utilisant les deux opérations

*la **multiplication** d'une équation par une constante non nulle, et*

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

Théorème

Soit A une matrice $n \times n$ inversible, et \mathbf{c} un n -uplet de constantes. Considérons le système de n équations à n inconnues

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{c}.$$

En utilisant les deux opérations

*la **multiplication** d'une équation par une constante non nulle, et
l'**ajout** d'un multiple d'une équation à une équation suivante*

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
SchubertLe calcul (sans)
des variétés de
SchubertLes polynômes
Kazhdan-LusztigUne dépendance
au silicium

Théorème

Soit A une matrice $n \times n$ inversible, et \mathbf{c} un n -uplet de constantes. Considérons le système de n équations à n inconnues

$$A\mathbf{x} = \mathbf{c}.$$

En utilisant les deux opérations

*la **multiplication** d'une équation par une constante non nulle, et
l'**ajout** d'un multiple d'une équation à une équation suivante
nous transformons ce système en un nouveau*

$$A'\mathbf{x} = \mathbf{c}'.$$

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
SchubertLe calcul (sans)
des variétés de
SchubertLes polynômes
Kazhdan-LusztigUne dépendance
au silicium

Théorème

Soit A une matrice $n \times n$ inversible, et \mathbf{c} un n -uplet de constantes. Considérons le système de n équations à n inconnues

$$A\mathbf{x} = \mathbf{c}.$$

En utilisant les deux opérations

la **multiplication** d'une équation par une constante non nulle, et
l'**ajout** d'un multiple d'une équation à une équation suivante
nous transformons ce système en un nouveau

$$A'\mathbf{x} = \mathbf{c}'.$$

Le nouveau système est, à permutation près,
triangulaire inférieure.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
SchubertLe calcul (sans)
des variétés de
SchubertLes polynômes
Kazhdan-LusztigUne dépendance
au silicium

Les possibilités pour trois inconnues

Mathématiques
gonflables

David Vogan

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} (123)$$
$$a_{12}=a_{23}=a_{13}=0$$

Les possibilités pour trois inconnues



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} (123)$$

$$a_{12}=a_{23}=a_{13}=0$$

Les possibilités pour trois inconnues

$$\begin{pmatrix} * & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (213)$$

$a_{13}=a_{23}=0, a_{12} \neq 0$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & * & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (132)$$

$a_{12}=a_{13}=0, a_{23} \neq 0$



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (123)$$

$a_{12}=a_{23}=a_{13}=0$

Les possibilités pour trois inconnues

$$\begin{matrix} & \uparrow & \\ \begin{pmatrix} * & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & (213) & \end{matrix}$$

$a_{13}=a_{23}=0, a_{12} \neq 0$

$$\begin{matrix} & \uparrow & \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & * & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & (132) & \end{matrix}$$

$a_{12}=a_{13}=0, a_{23} \neq 0$



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (123)$$

$a_{12}=a_{23}=a_{13}=0$

Les possibilités pour trois inconnues

$$\begin{pmatrix} * & 1 & 0 \\ * & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (312)$$

$$a_{13}=0, a_{12} \neq 0, a_{23} \neq 0$$



$$\begin{pmatrix} * & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (213)$$

$$a_{13}=a_{23}=0, a_{12} \neq 0$$



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (123)$$

$$a_{12}=a_{23}=a_{13}=0$$

$$\begin{pmatrix} * & * & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (231)$$

$$\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix} = 0, a_{13} \neq 0$$



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & * & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (132)$$

$$a_{12}=a_{13}=0, a_{23} \neq 0$$



Les possibilités pour trois inconnues

$$\begin{pmatrix} * & 1 & 0 \\ * & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (312)$$

$$a_{13}=0, a_{12} \neq 0, a_{23} \neq 0$$



$$\begin{pmatrix} * & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (213)$$

$$a_{13}=a_{23}=0, a_{12} \neq 0$$



$$\begin{pmatrix} * & * & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (231)$$

$$\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix} = 0, a_{13} \neq 0$$



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & * & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (132)$$

$$a_{12}=a_{13}=0, a_{23} \neq 0$$



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (123)$$

$$a_{12}=a_{23}=a_{13}=0$$



Les possibilités pour trois inconnues

$$\begin{pmatrix} * & * & 1 \\ * & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (321)$$

$$a_{13} \neq 0, \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix} \neq 0$$

$$\begin{pmatrix} * & 1 & 0 \\ * & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (312)$$

$$a_{13} = 0, a_{12} \neq 0, a_{23} \neq 0$$



$$\begin{pmatrix} * & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (213)$$

$$a_{13} = a_{23} = 0, a_{12} \neq 0$$



$$\begin{pmatrix} * & * & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (231)$$

$$\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix} = 0, a_{13} \neq 0$$



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & * & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (132)$$

$$a_{12} = a_{13} = 0, a_{23} \neq 0$$



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (123)$$

$$a_{12} = a_{23} = a_{13} = 0$$

De l'algèbre à la géométrie

Mathématiques
gonflables

David Vogan

Un **drapeau** en 3 dimensions est la donnée de :
l'**origine** sur **une droite** dans **un plan** :

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

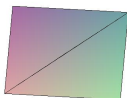
Une dépendance
au silicium

De l'algèbre à la géométrie

Mathématiques
gonflables

David Vogan

Un **drapeau** en 3 dimensions est la donnée de :
l'**origine** sur **une droite** dans **un plan** :



Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

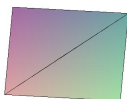
Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

De l'algèbre à la géométrie

Un **drapeau** en 3 dimensions est la donnée de :
l'**origine** sur **une droite** dans **un plan** :



Un seul drapeau n'a pas grand intérêt. Ce qui nous intéresse est de savoir **combien** il y a de drapeaux, et comment ils sont **liés**.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

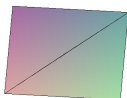
Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

De l'algèbre à la géométrie

Un **drapeau** en 3 dimensions est la donnée de :
l'**origine** sur **une droite** dans **un plan** :

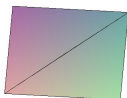


Un seul drapeau n'a pas grand intérêt. Ce qui nous intéresse est de savoir **combien** il y a de drapeaux, et comment ils sont **liés**.

Un système de 3 équations \leftrightarrow une matrice \rightsquigarrow un **drapeau** :
la droite = **multiples** de la 1^{re} ligne de la matrice,
le plan = **combinaisons linéaires** des deux 1^{res} lignes

De l'algèbre à la géométrie

Un **drapeau** en 3 dimensions est la donnée de :
l'**origine** sur **une droite** dans **un plan** :



Un seul drapeau n'a pas grand intérêt. Ce qui nous intéresse est de savoir **combien** il y a de drapeaux, et comment ils sont **liés**.

Un système de 3 équations \leftrightarrow une matrice \rightsquigarrow un **drapeau** :
la droite = **multiples** de la 1^{re} ligne de la matrice,
le plan = **combinaisons linéaires** des deux 1^{res} lignes
deux matrices \leftrightarrow même drapeau \iff liées par

- **multiplier** une ligne par une constante non nulle, et
- **ajouter** un multiple d'une ligne à une ligne suivante.

Les drapeaux $L \subset P$ possibles

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert


Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (123)$$

$L_x \subset P_{xy}$

Les drapeaux $L \subset P$ possibles


$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (123)$$

$L_x \subset P_{xy}$

Les drapeaux $L \subset P$ possibles

$$\begin{pmatrix} * & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (213)$$

$$L_x \neq L \subset P_{xy}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & * & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (132)$$

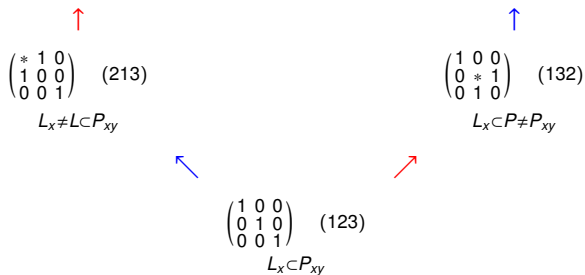
$$L_x \subset P \neq P_{xy}$$



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (123)$$

$$L_x \subset P_{xy}$$

Les drapeaux $L \subset P$ possibles



Les drapeaux $L \subset P$ possibles

$$\begin{pmatrix} * & 1 & 0 \\ * & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (312)$$

$$P_{xy} \supset L \subset P' \not\subset L_x$$



$$\begin{pmatrix} * & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (213)$$

$$L_x \neq L \subset P_{xy}$$

$$\begin{pmatrix} * & * & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (231)$$

$$P_{xy} \not\subset L' \subset P \supset L_x$$



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & * & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (132)$$

$$L_x \subset P \neq P_{xy}$$



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (123)$$

$$L_x \subset P_{xy}$$

Les drapeaux $L \subset P$ possibles

$$\begin{pmatrix} * & 1 & 0 \\ * & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (312)$$

$$P_{xy} \supset L \subset P' \not\subset L_x$$



$$\begin{pmatrix} * & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (213)$$

$$L_x \neq L \subset P_{xy}$$



$$\begin{pmatrix} * & * & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (231)$$

$$P_{xy} \not\subset L' \subset P \supset L_x$$



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & * & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (132)$$

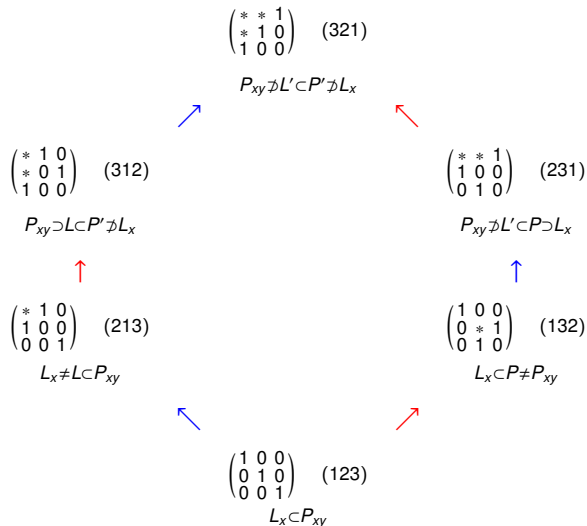
$$L_x \subset P \neq P_{xy}$$



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (123)$$

$$L_x \subset P_{xy}$$

Les drapeaux $L \subset P$ possibles



La vue géométrique

Remonter le diagramme \rightsquigarrow géométrie plus complexe

Mathématiques
gonflables

David Vogan

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

La vue géométrique

Remonter le diagramme \rightsquigarrow géométrie plus complexe
se déplacer suivant une **étape bleue** \rightsquigarrow **droite variable** \subset plan fixe

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

La vue géométrique

Remonter le diagramme \rightsquigarrow géométrie plus complexe

se déplacer suivant une **étape bleue** \rightsquigarrow droite variable \subset plan fixe

se déplacer suivant une **étape rouge** \rightsquigarrow plan variable \supset droite fixe

La vue géométrique

Remonter le diagramme \rightsquigarrow géométrie plus complexe

se déplacer suivant une **étape bleue** \rightsquigarrow droite variable \subset plan fixe

se déplacer suivant une **étape rouge** \rightsquigarrow plan variable \supset droite fixe

Les mathématiques gonflables : remplacer les points par les cercles.

La vue géométrique

Remonter le diagramme \rightsquigarrow géométrie plus complexe

se déplacer suivant une **étape bleue** \rightsquigarrow droite variable \subset plan fixe

se déplacer suivant une **étape rouge** \rightsquigarrow plan variable \supset droite fixe

Les mathématiques gonflables : remplacer les points par les cercles.



La vue géométrique

Remonter le diagramme \rightsquigarrow géométrie plus complexe

se déplacer suivant une **étape bleue** \rightsquigarrow droite variable \subset plan fixe

se déplacer suivant une **étape rouge** \rightsquigarrow plan variable \supset droite fixe

Les mathématiques gonflables : remplacer les points par les cercles.



La vue géométrique

Remonter le diagramme \rightsquigarrow géométrie plus complexe

se déplacer suivant une **étape bleue** \rightsquigarrow droite variable \subset plan fixe

se déplacer suivant une **étape rouge** \rightsquigarrow plan variable \supset droite fixe

Les mathématiques gonflables : remplacer les points par les cercles.



La vue géométrique

Remonter le diagramme \rightsquigarrow géométrie plus complexe

se déplacer suivant une **étape bleue** \rightsquigarrow droite variable \subset plan fixe

se déplacer suivant une **étape rouge** \rightsquigarrow plan variable \supset droite fixe

Les mathématiques gonflables : remplacer les points par les cercles.



La vue géométrique

Remonter le diagramme \rightsquigarrow géométrie plus complexe

se déplacer suivant une **étape bleue** \rightsquigarrow droite variable \subset plan fixe

se déplacer suivant une **étape rouge** \rightsquigarrow plan variable \supset droite fixe

Les mathématiques gonflables : remplacer les points par les cercles.



La vue géométrique

Remonter le diagramme \rightsquigarrow géométrie plus complexe

se déplacer suivant une **étape bleue** \rightsquigarrow droite variable \subset plan fixe

se déplacer suivant une **étape rouge** \rightsquigarrow plan variable \supset droite fixe

Les mathématiques gonflables : remplacer les points par les cercles.



$$L_x \subset P_{xy}$$

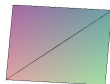
La vue géométrique

Remonter le diagramme \rightsquigarrow géométrie plus complexe

se déplacer suivant une **étape bleue** \rightsquigarrow droite variable \subset plan fixe

se déplacer suivant une **étape rouge** \rightsquigarrow plan variable \supset droite fixe

Les mathématiques gonflables : remplacer les points par les cercles.



$$L_x \subset P_{xy}$$

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

La vue géométrique

Remonter le diagramme \rightsquigarrow géométrie plus complexe

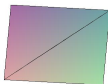
se déplacer suivant une **étape bleue** \rightsquigarrow droite variable \subset plan fixe

se déplacer suivant une **étape rouge** \rightsquigarrow plan variable \supset droite fixe

Les mathématiques gonflables : remplacer les points par les cercles.



$$L_x \neq L \subset P = P_{xy}$$



$$L_x \subset P_{xy}$$

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

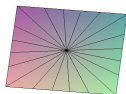
La vue géométrique

Remonter le diagramme \rightsquigarrow géométrie plus complexe

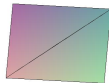
se déplacer suivant une **étape bleue** \rightsquigarrow droite variable \subset plan fixe

se déplacer suivant une **étape rouge** \rightsquigarrow plan variable \supset droite fixe

Les mathématiques gonflables : remplacer les points par les cercles.



$$L_x \neq L \subset P = P_{xy}$$



$$L_x \subset P_{xy}$$

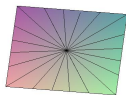
La vue géométrique

Remonter le diagramme \rightsquigarrow géométrie plus complexe

se déplacer suivant une **étape bleue** \rightsquigarrow droite variable \subset plan fixe

se déplacer suivant une **étape rouge** \rightsquigarrow plan variable \supset droite fixe

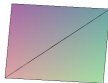
Les mathématiques gonflables : remplacer les points par les cercles.



$$L_x \neq L \subset P = P_{xy}$$



$$L_x \subset P \neq P_{xy}$$



$$L_x \subset P_{xy}$$

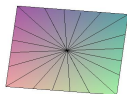
La vue géométrique

Remonter le diagramme \rightsquigarrow géométrie plus complexe

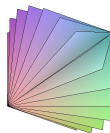
se déplacer suivant une **étape bleue** \rightsquigarrow droite variable \subset plan fixe

se déplacer suivant une **étape rouge** \rightsquigarrow plan variable \supset droite fixe

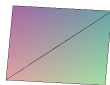
Les mathématiques gonflables : remplacer les points par les cercles.



$$L_x \neq L \subset P = P_{xy}$$



$$L_x \subset P \neq P_{xy}$$



$$L_x \subset P_{xy}$$

Qu'est-ce qu'une variété de Schubert ?

Nous avons reparti les drapeaux (en trois dimensions) en six *cellules de Bruhat* selon leur relation avec le **drapeau standard** $L_x \subset P_{xy}$.

Une **variété de Schubert** est une cellule puis tout en dessous :



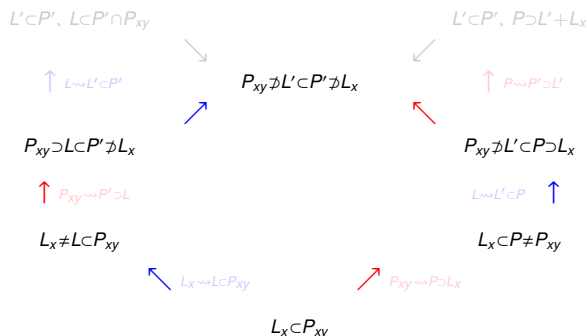
Chaque variété de Schubert est presque gonflée à partir d'une plus petite, en remplaçant chaque point par un cercle.

Cela échoue seulement tout en haut.

Qu'est-ce qu'une variété de Schubert ?

Nous avons reparti les drapeaux (en trois dimensions) en six *cellules de Bruhat* selon leur relation avec le **drapeau standard** $L_x \subset P_{xy}$.

Une **variété de Schubert** est une cellule puis tout en dessous :



Chaque variété de Schubert est presque gonflée à partir d'une plus petite, en remplaçant chaque point par un cercle.

Cela échoue seulement tout en haut.

Introduction

 L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

 Les variétés de
Schubert

 Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

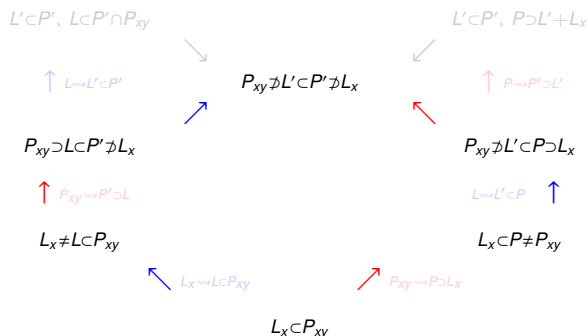
 Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

 Une dépendance
au silicium

Qu'est-ce qu'une variété de Schubert ?

Nous avons reparti les drapeaux (en trois dimensions) en six *cellules de Bruhat* selon leur relation avec le **drapeau standard** $L_x \subset P_{xy}$.

Une **variété de Schubert** est une cellule puis tout en dessous :



Chaque variété de Schubert est presque gonflée à partir d'une plus petite, en remplaçant chaque point par un cercle.

Cela échoue seulement tout en haut.

Introduction

 L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

 Les variétés de
Schubert

 Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

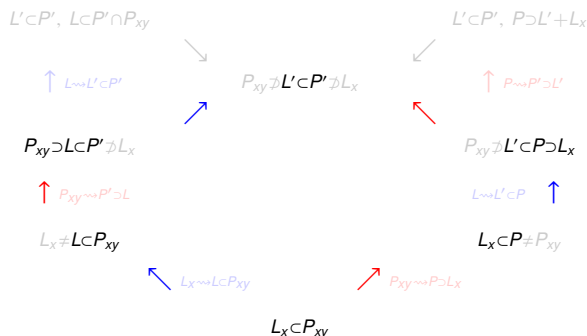
 Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

 Une dépendance
au silicium

Qu'est-ce qu'une variété de Schubert ?

Nous avons reparti les drapeaux (en trois dimensions) en six *cellules de Bruhat* selon leur relation avec le **drapeau standard** $L_x \subset P_{xy}$.

Une **variété de Schubert** est une cellule puis tout en dessous :



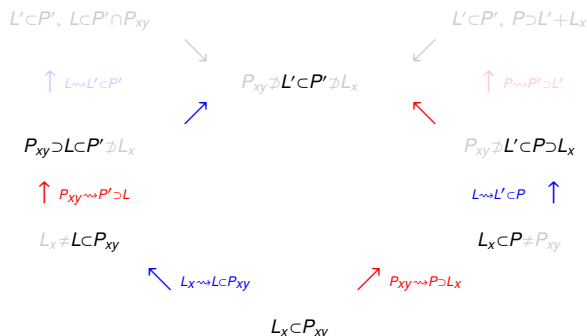
Chaque variété de Schubert est presque gonflée à partir d'une plus petite, en remplaçant chaque point par un cercle.

Cela échoue seulement tout en haut.

Qu'est-ce qu'une variété de Schubert ?

Nous avons reparti les drapeaux (en trois dimensions) en six *cellules de Bruhat* selon leur relation avec le **drapeau standard** $L_x \subset P_{xy}$.

Une **variété de Schubert** est une cellule puis tout en dessous :



Chaque variété de Schubert est presque gonflée à partir d'une plus petite, en remplaçant chaque point par un cercle.

Cela échoue seulement tout en haut.

Introduction

 L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

 Les variétés de
Schubert

 Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

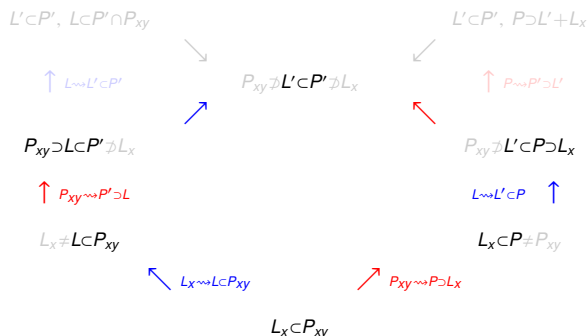
 Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

 Une dépendance
au silicium

Qu'est-ce qu'une variété de Schubert ?

Nous avons reparti les drapeaux (en trois dimensions) en six *cellules de Bruhat* selon leur relation avec le **drapeau standard** $L_x \subset P_{xy}$.

Une **variété de Schubert** est une cellule puis tout en dessous :



Chaque variété de Schubert est presque gonflée à partir d'une plus petite, en remplaçant chaque point par un cercle.

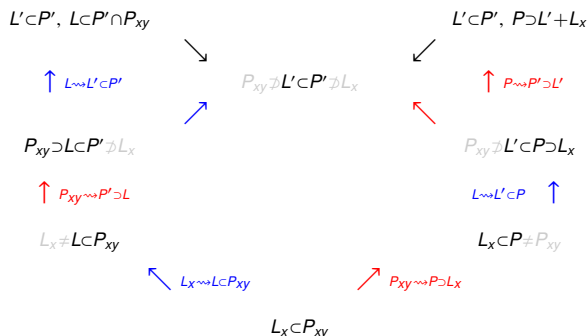
Cela échoue seulement tout en haut. . .

[Introduction](#)
[L'élimination de Gauss-Jordan](#)
[L'ordre de Bruhat](#)
[Les variétés de Schubert](#)
[Le calcul \(sans des variétés de Schubert](#)
[Les polynômes Kazhdan-Lusztig](#)
[Une dépendance au silicium](#)

Qu'est-ce qu'une variété de Schubert ?

Nous avons reparti les drapeaux (en trois dimensions) en six *cellules de Bruhat* selon leur relation avec le **drapeau standard** $L_x \subset P_{xy}$.

Une **variété de Schubert** est une cellule puis tout en dessous :

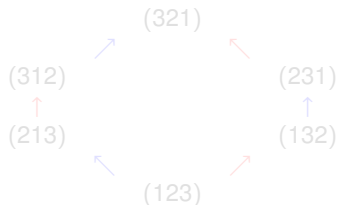


Chaque variété de Schubert est presque gonflée à partir d'une plus petite, en remplaçant chaque point par un cercle.

Cela échoue seulement tout en haut. . .

Sachant aussi peu que possible

Pour calculer avec des variétés de Schubert, il ne faut qu'un **diagramme de flèches rouges et bleues**, décrivant la façon dont les petites variétés de Schubert sont gonflées.



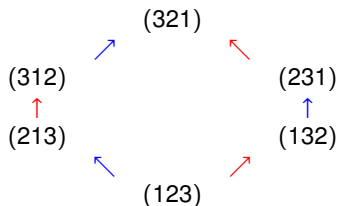
Les permutations \leftrightarrow les emplacements des pivots de Gauss

Les règles de la construction de ce diagramme :

1. Un sommet pour chaque permutation de $\{1, 2, 3\}$.
2. Un échange $1 \leftrightarrow 2$: une flèche bleue vers le haut
3. Un échange $2 \leftrightarrow 3$: une flèche rouge vers le haut

Sachant aussi peu que possible

Pour calculer avec des variétés de Schubert, il ne faut qu'un **diagramme de flèches rouges et bleues**, décrivant la façon dont les petites variétés de Schubert sont gonflées.



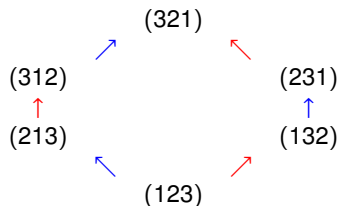
Les permutations \leftrightarrow les emplacements des pivots de Gauss

Les règles de la construction de ce diagramme :

1. Un sommet pour chaque permutation de $\{1, 2, 3\}$.
2. Un échange $1 \leftrightarrow 2$: une flèche bleue vers le haut
3. Un échange $2 \leftrightarrow 3$: une flèche rouge vers le haut

Sachant aussi peu que possible

Pour calculer avec des variétés de Schubert, il ne faut qu'un **diagramme de flèches rouges et bleues**, décrivant la façon dont les petites variétés de Schubert sont gonflées.



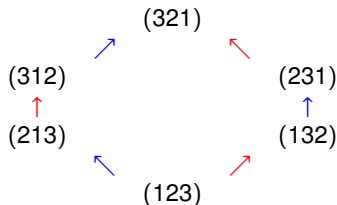
Les permutations \leftrightarrow les emplacements des pivots de Gauss

Les règles de la construction de ce diagramme :

1. Un sommet pour chaque permutation de $\{1, 2, 3\}$.
2. Un échange $1 \leftrightarrow 2$: une flèche bleue vers le haut
3. Un échange $2 \leftrightarrow 3$: une flèche rouge vers le haut

Sachant aussi peu que possible

Pour calculer avec des variétés de Schubert, il ne faut qu'un **diagramme de flèches rouges et bleues**, décrivant la façon dont les petites variétés de Schubert sont gonflées.



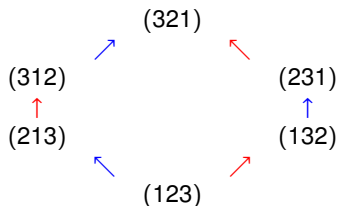
Les permutations \leftrightarrow les emplacements des pivots de Gauss

Les règles de la construction de ce diagramme :

1. Un sommet pour chaque permutation de $\{1, 2, 3\}$.
2. Un échange $1 \leftrightarrow 2$: une **flèche bleue** vers le haut
3. Un échange $2 \leftrightarrow 3$: une **flèche rouge** vers le haut

Sachant aussi peu que possible

Pour calculer avec des variétés de Schubert, il ne faut qu'un **diagramme de flèches rouges et bleues**, décrivant la façon dont les petites variétés de Schubert sont gonflées.



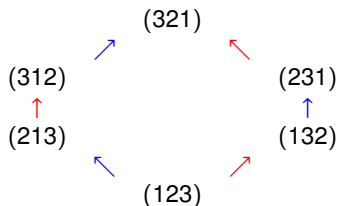
Les permutations \leftrightarrow les emplacements des pivots de Gauss

Les règles de la construction de ce diagramme :

1. Un sommet pour chaque permutation de $\{1, 2, 3\}$.
2. Un échange $1 \leftrightarrow 2$: une **flèche bleue** vers le haut
3. Un échange $2 \leftrightarrow 3$: une **flèche rouge** vers le haut

Sachant aussi peu que possible

Pour calculer avec des variétés de Schubert, il ne faut qu'un **diagramme de flèches rouges et bleues**, décrivant la façon dont les petites variétés de Schubert sont gonflées.



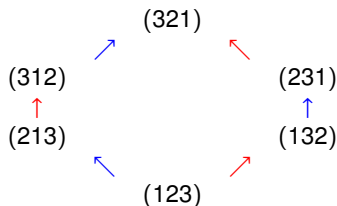
Les permutations \leftrightarrow les emplacements des pivots de Gauss

Les règles de la construction de ce diagramme :

1. Un sommet pour chaque permutation de $\{1, 2, 3\}$.
2. Un échange $1 \leftrightarrow 2$: une **flèche bleue** vers le haut
3. Un échange $2 \leftrightarrow 3$: une **flèche rouge** vers le haut

Sachant aussi peu que possible

Pour calculer avec des variétés de Schubert, il ne faut qu'un **diagramme de flèches rouges et bleues**, décrivant la façon dont les petites variétés de Schubert sont gonflées.



Les permutations \leftrightarrow les emplacements des pivots de Gauss

Les règles de la construction de ce diagramme :

1. Un sommet pour chaque permutation de $\{1, 2, 3\}$.
2. Un échange $1 \leftrightarrow 2$: une **flèche bleue** vers le haut
3. Un échange $2 \leftrightarrow 3$: une **flèche rouge** vers le haut

Autant de dimensions que vous souhaitez

Les règles à n dimensions :

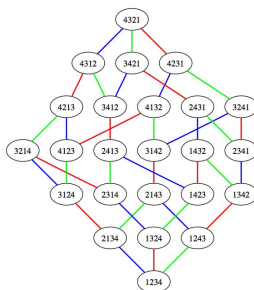
1. un sommet pour chaque permutation de $\{1, 2, \dots, n\}$.
2. chaque échange $i \leftrightarrow i+1$: une flèche de couleur i vers le haut.

Problèmes de dénombrement de ce diagramme \leftrightarrow géométrie des variétés de Schubert.

Il y a **beaucoup** de jeux à jouer.

la **hauteur** d'une permutation = le **nombre** de paires inversées.

le nombre de permutations à la hauteur d = le coefficient de x^d dans $(1)(1+x)(1+x+x^2)\cdots(1+x+\cdots+x^{n-1})$.



Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

Autant de dimensions que vous souhaitez

Les règles à n dimensions :

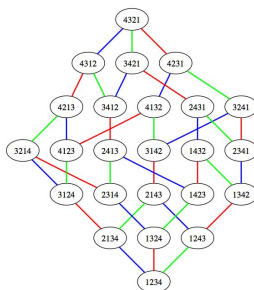
1. un sommet pour chaque permutation de $\{1, 2, \dots, n\}$.
2. chaque échange $i \leftrightarrow i+1$: une flèche de couleur i vers le haut.

Problèmes de dénombrement de ce diagramme \leftrightarrow géométrie des variétés de Schubert.

Il y a **beaucoup** de jeux à jouer.

la **hauteur** d'une permutation = le **nombre** de paires inversées.

le nombre de permutations à la hauteur d = le coefficient de x^d dans $(1)(1+x)(1+x+x^2)\cdots(1+x+\cdots+x^{n-1})$.



Autant de dimensions que vous souhaitez

Les règles à n dimensions :

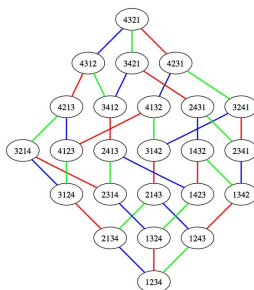
1. un sommet pour chaque permutation de $\{1, 2, \dots, n\}$.
2. chaque échange $i \leftrightarrow i+1$: une flèche de couleur i vers le haut.

Problèmes de dénombrement de ce diagramme \leftrightarrow géométrie des variétés de Schubert.

Il y a **beaucoup** de jeux à jouer.

la **hauteur** d'une permutation = le **nombre** de paires inversées.

le nombre de permutations à la hauteur d = le coefficient de x^d dans $(1)(1+x)(1+x+x^2)\cdots(1+x+\cdots+x^{n-1})$.



Autant de dimensions que vous souhaitez

Les règles à n dimensions :

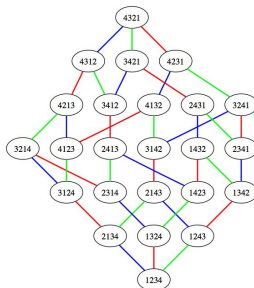
1. un sommet pour chaque permutation de $\{1, 2, \dots, n\}$.
2. chaque échange $i \leftrightarrow i+1$: une flèche de couleur i vers le haut.

Problèmes de dénombrement de ce diagramme \leftrightarrow géométrie des variétés de Schubert.

Il y a **beaucoup** de jeux à jouer.

la **hauteur** d'une permutation = le **nombre** de paires inversées.

le nombre de permutations à la hauteur d = le coefficient de x^d dans $(1)(1+x)(1+x+x^2)\cdots(1+x+\cdots+x^{n-1})$.



Autant de dimensions que vous souhaitez

Les règles à n dimensions :

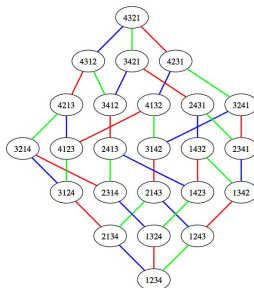
1. un sommet pour chaque permutation de $\{1, 2, \dots, n\}$.
2. chaque échange $i \leftrightarrow i+1$: une flèche de couleur i vers le haut.

Problèmes de dénombrement de ce diagramme \leftrightarrow géométrie des variétés de Schubert.

Il y a **beaucoup** de jeux à jouer.

la hauteur d'une permutation = le nombre de paires inversées.

le nombre de permutations à la hauteur d = le coefficient de x^d dans $(1)(1+x)(1+x+x^2)\cdots(1+x+\cdots+x^{n-1})$.



Autant de dimensions que vous souhaitez

Les règles à n dimensions :

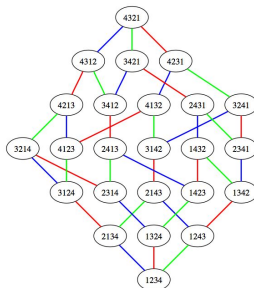
1. un sommet pour chaque permutation de $\{1, 2, \dots, n\}$.
2. chaque échange $i \leftrightarrow i+1$: une flèche de couleur i vers le haut.

Problèmes de dénombrement de ce diagramme \leftrightarrow géométrie des variétés de Schubert.

Il y a **beaucoup** de jeux à jouer.

la **hauteur** d'une permutation = le **nombre** de paires inversées.

le nombre de permutations à la hauteur d = le coefficient de x^d dans $(1)(1+x)(1+x+x^2)\cdots(1+x+\cdots+x^{n-1})$.



Autant de dimensions que vous souhaitez

Les règles à n dimensions :

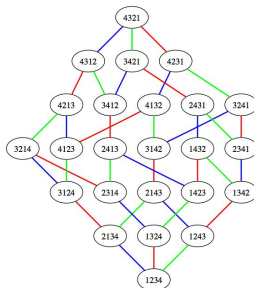
1. un sommet pour chaque permutation de $\{1, 2, \dots, n\}$.
2. chaque échange $i \leftrightarrow i+1$: une flèche de couleur i vers le haut.

Problèmes de dénombrement de ce diagramme \leftrightarrow géométrie des variétés de Schubert.

Il y a **beaucoup** de jeux à jouer.

la **hauteur** d'une permutation = le **nombre** de paires inversées.

le nombre de permutations à la hauteur d = le coefficient de x^d dans $(1)(1+x)(1+x+x^2)\cdots(1+x+\cdots+x^{n-1})$.



Les groupes plus complexes

Le diagramme ci-dessus (avec $n!$ sommets) est pour le groupe de matrices inversibles $n \times n$. Les mathématiciens et les physiciens considèrent beaucoup d'autres groupes. . .

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

**Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert**

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

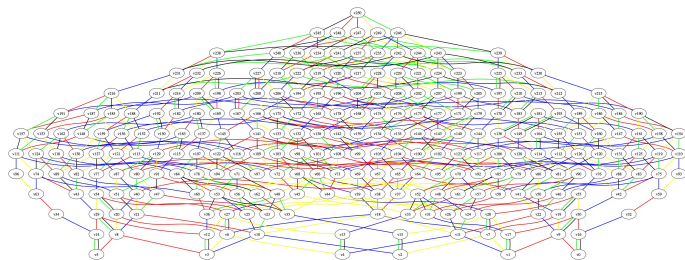
Une dépendance
au silicium

Chaque groupe réductif \rightsquigarrow un diagramme décrivant le gonflage des petites variétés de Schubert dans les plus grandes. Ce diagramme \Leftarrow le groupe $SO(5, 5)$, de dimension 45.

Pour ce groupe on a 251 variétés de Schubert : chaque flèche \Leftrightarrow **remplacer des points par des cercles.**

Les groupes plus complexes

Le diagramme ci-dessus (avec $n!$ sommets) est pour le groupe de matrices inversibles $n \times n$. Les mathématiciens et les physiciens considèrent beaucoup d'autres groupes. . .

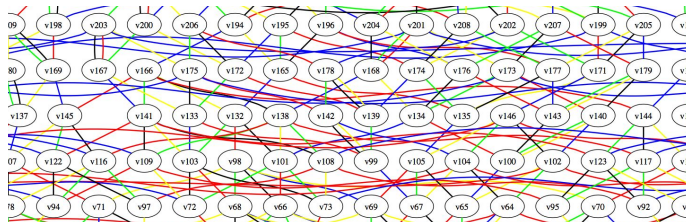


Chaque groupe réductif \rightsquigarrow un diagramme décrivant le gonflement des petites variétés de Schubert dans les plus grandes. Ce diagramme \leftarrow le groupe $SO(5,5)$, de dimension 45.

Pour ce groupe on a 251 variétés de Schubert : chaque flèche \leftrightarrow remplacer des points par des cercles.

Les groupes plus complexes

Le diagramme ci-dessus (avec $n!$ sommets) est pour le groupe de matrices inversibles $n \times n$. Les mathématiciens et les physiciens considèrent beaucoup d'autres groupes. . .



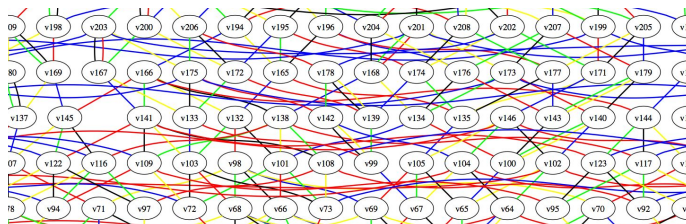
vue en gros plan

Chaque groupe réductif \rightsquigarrow un diagramme décrivant le gonflement des petites variétés de Schubert dans les plus grandes. Ce diagramme \Leftarrow le groupe $SO(5, 5)$, de dimension 45.

Pour ce groupe on a 251 variétés de Schubert : chaque flèche \Leftrightarrow remplacer des points par des cercles.

Les groupes plus complexes

Le diagramme ci-dessus (avec $n!$ sommets) est pour le groupe de matrices inversibles $n \times n$. Les mathématiciens et les physiciens considèrent beaucoup d'autres groupes. . .



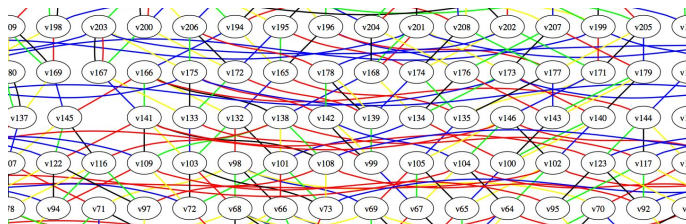
vue en gros plan

Chaque groupe réductif \rightsquigarrow un diagramme décrivant le gonflement des petites variétés de Schubert dans les plus grandes. Ce diagramme \Leftarrow le groupe $SO(5, 5)$, de dimension 45.

Pour ce groupe on a 251 variétés de Schubert : chaque flèche \Leftrightarrow remplacer des points par des cercles.

Les groupes plus complexes

Le diagramme ci-dessus (avec $n!$ sommets) est pour le groupe de matrices inversibles $n \times n$. Les mathématiciens et les physiciens considèrent beaucoup d'autres groupes. . .



vue en gros plan

Chaque groupe réductif \rightsquigarrow un diagramme décrivant le gonflement des petites variétés de Schubert dans les plus grandes. Ce diagramme \Leftarrow le groupe $SO(5, 5)$, de dimension 45.

Pour ce groupe on a 251 variétés de Schubert : chaque flèche \Leftrightarrow **remplacer des points par des cercles.**

Que fait-on avec ces jolies images ?

Notre point de départ

les systèmes de n éqs linéaires $\overset{\text{pivots de Gauss}}{\leftrightarrow}$ le groupe $GL(n) \leftrightarrow$
les variétés de Schubert \leftrightarrow un diagramme de $n!$ sommets, et
flèches de $n - 1$ couleurs.

Le diagramme \rightsquigarrow comment les équations changent au
cours de l'élimination de Gauss-Jordan.

De même :

un problème de maths ou de physique $\overset{\text{théorie des représentations}}{\leftrightarrow}$ un
groupe réductif $G \leftrightarrow$ les variétés de Schubert pour $G \leftrightarrow$ un
diagramme fini pour le gonflage.

1979 : David Kazhdan (Harvard) et George Lusztig (MIT) ont
montré comment répondre à des questions de la théorie
des représentations en calculant dans ce diagramme fini.

Ils ont défini les **polynômes de Kazhdan-Lusztig** $P_{x,y}$ pour
toute paire x et y de sommets du diagramme.

$P_{x,y} \neq 0$ **seulement si** y est au-dessus de x dans le
diagramme. Le calcul de $P_{x,y}$ est une récursion basée sur
la connaissance de tous les $P_{x',y'}$ pour $y' \leq y$.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

Que fait-on avec ces jolies images ?

Notre point de départ

les systèmes de n éqs linéaires $\overset{\text{pivots de Gauss}}{\leftrightarrow}$ le groupe $GL(n) \leftrightarrow$
les variétés de Schubert \leftrightarrow un diagramme de $n!$ sommets, et
flèches de $n - 1$ couleurs.

Le diagramme \rightsquigarrow comment les équations changent au
cours de l'élimination de Gauss-Jordan.

De même :

un problème de maths ou de physique $\overset{\text{théorie des représentations}}{\leftrightarrow}$ un
groupe réductif $G \leftrightarrow$ les variétés de Schubert pour $G \leftrightarrow$ un
diagramme fini pour le gonflage.

1979 : David Kazhdan (Harvard) et George Lusztig (MIT) ont
montré comment répondre à des questions de la théorie
des représentations en calculant dans ce diagramme fini.

Ils ont défini les **polynômes de Kazhdan-Lusztig** $P_{x,y}$ pour
toute paire x et y de sommets du diagramme.

$P_{x,y} \neq 0$ **seulement si** y est au-dessus de x dans le
diagramme. Le calcul de $P_{x,y}$ est une récursion basée sur
la connaissance de tous les $P_{x',y'}$ pour $y' \leq y$.

Que fait-on avec ces jolies images ?

Notre point de départ

les systèmes de n éqs linéaires $\overset{\text{pivots de Gauss}}{\leftrightarrow}$ le groupe $GL(n) \leftrightarrow$
les variétés de Schubert \leftrightarrow un diagramme de $n!$ sommets, et
flèches de $n - 1$ couleurs.

Le diagramme \rightsquigarrow comment les équations changent au
cours de l'élimination de Gauss-Jordan.

De même :

un problème de maths ou de physique $\overset{\text{théorie des représentations}}{\leftrightarrow}$ un
groupe réductif $G \leftrightarrow$ les variétés de Schubert pour $G \leftrightarrow$ un
diagramme fini pour le gonflage.

1979 : David Kazhdan (Harvard) et George Lusztig (MIT) ont
montré comment répondre à des questions de la théorie
des représentations en calculant dans ce diagramme fini.

Ils ont défini les **polynômes de Kazhdan-Lusztig** $P_{x,y}$ pour
toute paire x et y de sommets du diagramme.

$P_{x,y} \neq 0$ **seulement si** y est au-dessus de x dans le
diagramme. Le calcul de $P_{x,y}$ est une récursion basée sur
la connaissance de tous les $P_{x',y'}$ pour $y' \leq y$.

Que fait-on avec ces jolies images ?

Notre point de départ

les systèmes de n éqs linéaires $\overset{\text{pivots de Gauss}}{\leftrightarrow}$ le groupe $GL(n) \leftrightarrow$
les variétés de Schubert \leftrightarrow un diagramme de $n!$ sommets, et
flèches de $n - 1$ couleurs.

Le diagramme \rightsquigarrow comment les équations changent au
cours de l'élimination de Gauss-Jordan.

De même :

un problème de maths ou de physique $\overset{\text{théorie des représentations}}{\leftrightarrow}$ un
groupe réductif $G \leftrightarrow$ les variétés de Schubert pour $G \leftrightarrow$ un
diagramme fini pour le gonflage.

1979 : David Kazhdan (Harvard) et George Lusztig (MIT) ont
montré comment répondre à des questions de la théorie
des représentations en calculant dans ce diagramme fini.

Ils ont défini les **polynômes de Kazhdan-Lusztig** $P_{x,y}$ pour
toute paire x et y de sommets du diagramme.

$P_{x,y} \neq 0$ **seulement si** y est au-dessus de x dans le
diagramme. Le calcul de $P_{x,y}$ est une récursion basée sur
la connaissance de tous les $P_{x',y'}$ pour $y' \leq y$.

Que fait-on avec ces jolies images ?

Notre point de départ

les systèmes de n éqs linéaires $\overset{\text{pivots de Gauss}}{\leftrightarrow}$ le groupe $GL(n) \leftrightarrow$
les variétés de Schubert \leftrightarrow un diagramme de $n!$ sommets, et
flèches de $n - 1$ couleurs.

Le diagramme \rightsquigarrow comment les équations changent au
cours de l'élimination de Gauss-Jordan.

De même :

un problème de maths ou de physique $\overset{\text{théorie des représentations}}{\leftrightarrow}$ un
groupe réductif $G \leftrightarrow$ les variétés de Schubert pour $G \leftrightarrow$ un
diagramme fini pour le gonflage.

1979 : David Kazhdan (Harvard) et George Lusztig (MIT) ont
montré comment répondre à des questions de la théorie
des représentations en calculant dans ce diagramme fini.

Ils ont défini les **polynômes de Kazhdan-Lusztig** $P_{x,y}$ pour
toute paire x et y de sommets du diagramme.

$P_{x,y} \neq 0$ **seulement si** y est au-dessus de x dans le
diagramme. Le calcul de $P_{x,y}$ est une récursion basée sur
la connaissance de tous les $P_{x',y'}$ pour $y' \leq y$.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

Que fait-on avec ces jolies images ?

Notre point de départ

les systèmes de n éqs linéaires $\overset{\text{pivots de Gauss}}{\leftrightarrow}$ le groupe $GL(n) \leftrightarrow$
les variétés de Schubert \leftrightarrow un diagramme de $n!$ sommets, et
flèches de $n - 1$ couleurs.

Le diagramme \rightsquigarrow comment les équations changent au
cours de l'élimination de Gauss-Jordan.

De même :

un problème de maths ou de physique $\overset{\text{théorie des représentations}}{\leftrightarrow}$ un
groupe réductif $G \leftrightarrow$ les variétés de Schubert pour $G \leftrightarrow$ un
diagramme fini pour le gonflage.

1979 : David Kazhdan (Harvard) et George Lusztig (MIT) ont
montré comment répondre à des questions de la théorie
des représentations en calculant dans ce diagramme fini.

Ils ont défini les **polynômes de Kazhdan-Lusztig** $P_{x,y}$ pour
toute paire x et y de sommets du diagramme.

$P_{x,y} \neq 0$ **seulement si** y est au-dessus de x dans le
diagramme. Le calcul de $P_{x,y}$ est une récursion basée sur
la connaissance de tous les $P_{x',y'}$ pour $y' \leq y$.

Fixons un groupe réductif G et son diagramme de variétés de Schubert.

Pour chaque paire (x, y) de sommets du diagramme, nous voulons **calculer** le polynôme KL $P_{x,y}$.

Par **induction** sur y , du **bas** vers le **haut** du diagramme :

Pour chaque y , commencer par $x = y$ et travailler vers le **bas**.

 x'

|

Soit une flèche **en haut** de x de la même couleur qu'une flèche **en bas** de y .

|
 y'

Si elle **existe**, alors $P_{x,y} = P_{x',y}$ (qui est connu par induction).

Si elle **n'existe pas**, alors (x, y) est **primitive** : aucune couleur **en bas** de y est **en haut** de x

C'est un calcul difficile pour chaque paire primitive (x, y) .

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
SchubertLe calcul (sans)
des variétés de
SchubertLes polynômes
Kazhdan-LusztigUne dépendance
au silicium

Fixons un groupe réductif G et son diagramme de variétés de Schubert.

Pour chaque paire (x, y) de sommets du diagramme, nous voulons **calculer** le polynôme KL $P_{x,y}$.

Par **induction** sur y , du **bas** vers le **haut** du diagramme :

Pour chaque y , commencer par $x = y$ et travailler vers le **bas**.

 x'

|

Soit une flèche **en haut** de x de la même couleur qu'une flèche **en bas** de y .

|
 y'

Si elle **existe**, alors $P_{x,y} = P_{x',y}$ (qui est connu par induction).

Si elle **n'existe pas**, alors (x, y) est **primitive** : aucune couleur **en bas** de y est **en haut** de x .

C'est un calcul difficile pour chaque paire primitive (x, y) .

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
SchubertLe calcul (sans)
des variétés de
SchubertLes polynômes
Kazhdan-LusztigUne dépendance
au silicium

Fixons un groupe réductif G et son diagramme de variétés de Schubert.

Pour chaque paire (x, y) de sommets du diagramme, nous voulons **calculer** le polynôme KL $P_{x,y}$.

Par **induction** sur y , du **bas** vers le **haut** du diagramme :

Pour chaque y , commencer par $x = y$ et travailler vers le **bas**.

 x'

|

Soit une flèche **en haut** de x de la même couleur qu'une flèche **en bas** de y .

|
 y'

Si elle **existe**, alors $P_{x,y} = P_{x',y'}$ (qui est connu par induction).

Si elle **n'existe pas**, alors (x, y) est **primitive** : aucune couleur **en bas** de y est **en haut** de x .

C'est un calcul difficile pour chaque paire primitive (x, y) .

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
SchubertLe calcul (sans)
des variétés de
SchubertLes polynômes
Kazhdan-LusztigUne dépendance
au silicium

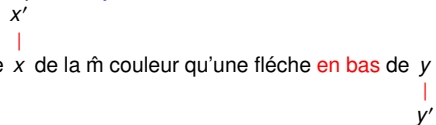
Fixons un groupe réductif G et son diagramme de variétés de Schubert.

Pour chaque paire (x, y) de sommets du diagramme, nous voulons **calculer** le polynôme KL $P_{x,y}$.

Par **induction** sur y , du **bas** vers le **haut** du diagramme :

Pour chaque y , commencer par $x = y$ et travailler vers le **bas**.

Soit une flèche **en haut** de x de la même couleur qu'une flèche **en bas** de y .



x'
|
 x

y
|
 y'

Si elle **existe**, alors $P_{x,y} = P_{x',y}$ (qui est connu par induction).

Si elle **n'existe pas**, alors (x, y) est **primitive** : aucune couleur **en bas** de y est **en haut** de x .

C'est un calcul difficile pour chaque paire primitive (x, y) .

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
SchubertLe calcul (sans)
des variétés de
SchubertLes polynômes
Kazhdan-LusztigUne dépendance
au silicium

Fixons un groupe réductif G et son diagramme de variétés de Schubert.

Pour chaque paire (x, y) de sommets du diagramme, nous voulons **calculer** le polynôme KL $P_{x,y}$.

Par **induction** sur y , du **bas** vers le **haut** du diagramme :

Pour chaque y , commencer par $x = y$ et travailler vers le **bas**.

 x'

|

Soit une flèche **en haut** de x de la même couleur qu'une flèche **en bas** de y .

|

 y'

Si elle **existe**, alors $P_{x,y} = P_{x',y}$ (qui est connu par induction).

Si elle **n'existe pas**, alors (x, y) est **primitive** : aucune couleur **en bas** de y est **en haut** de x

C'est un calcul difficile pour chaque paire primitive (x, y) .

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
SchubertLe calcul (sans)
des variétés de
SchubertLes polynômes
Kazhdan-LusztigUne dépendance
au silicium

Fixons un groupe réductif G et son diagramme de variétés de Schubert.

Pour chaque paire (x, y) de sommets du diagramme, nous voulons **calculer** le polynôme KL $P_{x,y}$.

Par **induction** sur y , du **bas** vers le **haut** du diagramme :

Pour chaque y , commencer par $x = y$ et travailler vers le **bas**.

 x'

|

Soit une flèche **en haut** de x de la même couleur qu'une flèche **en bas** de y .

|
 y'

Si elle **existe**, alors $P_{x,y} = P_{x',y}$ (qui est connu par induction).

Si elle **n'existe pas**, alors (x, y) est **primitive** : aucune couleur **en bas** de y est **en haut** de x

C'est un calcul difficile pour chaque paire primitive (x, y) .

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
SchubertLe calcul (sans)
des variétés de
SchubertLes polynômes
Kazhdan-LusztigUne dépendance
au silicium

Le calcul pour une paire primitive (x, y)

le sommet **supérieure** $y \leftrightarrow$ une **grande** variété de Schubert F_y .

le sommet **inférieure** $x \leftrightarrow$ une **petite** variété de Schubert F_x .

le **polynôme** $P_{x,y} \leftrightarrow$ la **géométrie** de F_y autour de F_x .

Choisir une flèche **en bas** de y ; cela signifie que

$$|$$

$$y'$$

$F_y \approx$ le **gonflage** de $F_{y'}$.

(x, y) **primitive** \leftrightarrow la flèche rouge x est également **en bas** de x .

$$|$$

$$x'$$

On traduit la géométrie en algèbre : $P_{x,y} \approx P_{x',y'} + qP_{x,y'}$. Plus précisément :

$$P_{x,y} = P_{x',y'} + qP_{x,y'} - \sum_{x' \leq z < y'} \mu(z, y') q^{(l(y') - l(z) - 1)/2} P_{x',z}$$

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
SchubertLe calcul (sans)
des variétés de
SchubertLes polynômes
Kazhdan-LusztigUne dépendance
au silicium

Le calcul pour une paire primitive (x, y)

le sommet **supérieure** $y \leftrightarrow$ une **grande** variété de Schubert F_y .

le sommet **inférieure** $x \leftrightarrow$ une **petite** variété de Schubert F_x .

le **polynôme** $P_{x,y} \leftrightarrow$ la **géométrie** de F_y autour de F_x .

Choisir une flèche **en bas** de y ; cela signifie que

$$|$$

$$y'$$

$F_y \approx$ le **gonflage** de $F_{y'}$.

(x, y) **primitive** \leftrightarrow la flèche rouge x est également **en bas** de x .

$$|$$

$$x'$$

On traduit la géométrie en algèbre : $P_{x,y} \approx P_{x',y'} + qP_{x,y'}$. Plus précisément :

$$P_{x,y} = P_{x',y'} + qP_{x,y'} - \sum_{x' \leq z < y'} \mu(z, y') q^{(l(y') - l(z) - 1)/2} P_{x',z}$$

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
SchubertLe calcul (sans)
des variétés de
SchubertLes polynômes
Kazhdan-LusztigUne dépendance
au silicium

Le calcul pour une paire primitive (x, y)

le sommet **supérieure** $y \leftrightarrow$ une **grande** variété de Schubert F_y .

le sommet **inférieure** $x \leftrightarrow$ une **petite** variété de Schubert F_x .

le **polynôme** $P_{x,y} \leftrightarrow$ la **géométrie** de F_y autour de F_x .

Choisir une flèche **en bas** de y ; cela signifie que

$$|$$

$$y'$$

$F_y \approx$ le **gonflage** de $F_{y'}$.

(x, y) **primitive** \leftrightarrow la flèche rouge x est également **en bas** de x .

$$|$$

$$x'$$

On traduit la géométrie en algèbre : $P_{x,y} \approx P_{x',y'} + qP_{x,y'}$. Plus précisément :

$$P_{x,y} = P_{x',y'} + qP_{x,y'} - \sum_{x' \leq z < y'} \mu(z, y') q^{(l(y') - l(z) - 1)/2} P_{x',z}$$

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
SchubertLe calcul (sans)
des variétés de
SchubertLes polynômes
Kazhdan-LusztigUne dépendance
au silicium

Le calcul pour une paire primitive (x, y)

le sommet **supérieure** $y \leftrightarrow$ une **grande** variété de Schubert F_y .

le sommet **inférieure** $x \leftrightarrow$ une **petite** variété de Schubert F_x .

le **polynôme** $P_{x,y} \leftrightarrow$ la **géométrie** de F_y autour de F_x .

Choisir une flèche **en bas** de y ; cela signifie que

|
 y'

$F_y \approx$ le **gonflage** de $F_{y'}$.

(x, y) **primitive** \leftrightarrow la flèche rouge x est également **en bas** de x .

|
 x'

On traduit la géométrie en algèbre : $P_{x,y} \approx P_{x',y'} + qP_{x,y'}$. Plus précisément :

$$P_{x,y} = P_{x',y'} + qP_{x,y'} - \sum_{x' \leq z < y'} \mu(z, y') q^{(l(y') - l(z) - 1)/2} P_{x',z}$$

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
SchubertLe calcul (sans)
des variétés de
SchubertLes polynômes
Kazhdan-LusztigUne dépendance
au silicium

Le calcul pour une paire primitive (x, y)

le sommet **supérieure** $y \leftrightarrow$ une **grande** variété de Schubert F_y .

le sommet **inférieure** $x \leftrightarrow$ une **petite** variété de Schubert F_x .

le **polynôme** $P_{x,y} \leftrightarrow$ la **géométrie** de F_y autour de F_x .

Choisir une flèche **en bas** de y ; cela signifie que

|
 y'

$F_y \approx$ le **gonflage** de $F_{y'}$.

(x, y) **primitive** \leftrightarrow la flèche rouge x est également **en bas** de x .

|
 x'

On traduit la géométrie en algèbre : $P_{x,y} \approx P_{x',y'} + qP_{x,y'}$. Plus précisément :

$$P_{x,y} = P_{x',y'} + qP_{x,y'} - \sum_{x' \leq z < y'} \mu(z, y') q^{(l(y') - l(z) - 1)/2} P_{x',z}$$

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
SchubertLe calcul (sans)
des variétés de
SchubertLes polynômes
Kazhdan-LusztigUne dépendance
au silicium

Le calcul pour une paire primitive (x, y)

le sommet **supérieure** $y \leftrightarrow$ une **grande** variété de Schubert F_y .

le sommet **inférieure** $x \leftrightarrow$ une **petite** variété de Schubert F_x .

le **polynôme** $P_{x,y} \leftrightarrow$ la **géométrie** de F_y autour de F_x .

Choisir une flèche **en bas** de y ; cela signifie que

|
 y'

$F_y \approx$ le **gonflage** de $F_{y'}$.

(x, y) **primitive** \leftrightarrow la flèche rouge x est également **en bas** de x .

|
 x'

On traduit la géométrie en algèbre : $P_{x,y} \approx P_{x',y'} + qP_{x,y'}$. Plus précisément :

$$P_{x,y} = P_{x',y'} + qP_{x,y'} - \sum_{x' \leq z < y'} \mu(z, y') q^{(l(y') - l(z) - 1)/2} P_{x',z}$$

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
SchubertLe calcul (sans)
des variétés de
SchubertLes polynômes
Kazhdan-LusztigUne dépendance
au silicium

Le calcul pour une paire primitive (x, y)

le sommet **supérieure** $y \leftrightarrow$ une **grande** variété de Schubert F_y .

le sommet **inférieure** $x \leftrightarrow$ une **petite** variété de Schubert F_x .

le **polynôme** $P_{x,y} \leftrightarrow$ la **géométrie** de F_y autour de F_x .

Choisir une flèche **en bas** de y ; cela signifie que

|
 y'

$F_y \approx$ le **gonflage** de $F_{y'}$.

(x, y) **primitive** \leftrightarrow la flèche rouge x est également **en bas** de x .

|
 x'

On traduit la géométrie en algèbre : $P_{x,y} \approx P_{x',y'} + qP_{x,y'}$. Plus précisément :

$$P_{x,y} = P_{x',y'} + qP_{x,y'} - \sum_{x' \leq z < y'} \mu(z, y') q^{(l(y') - l(z) - 1)/2} P_{x',z}.$$

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
SchubertLe calcul (sans)
des variétés de
SchubertLes polynômes
Kazhdan-LusztigUne dépendance
au silicium

La formation de l'équipe *Atlas*

Mathématiques
gonflables

David Vogan

Entre 1980 et 2000, des programmes de plus en plus sophistiqués calculent certains types de polynômes de Kazhdan-Lusztig.

Aucun n'a traité les difficultés liées aux groupes réductifs réels.

En 2001, Jeff Adams de l'Université du Maryland a suggéré que les ordinateurs et les mathématiques avaient avancé assez loin pour commencer un travail intéressant dans cette direction.

Adams a formé l'*équipe de recherche Atlas* visant à produire des *logiciels* pour rendre largement accessible de vieilles mathématiques, et à découvrir de *nouvelles mathématiques*.

Un premier objectif était de calculer les polynômes de Kazhdan-Lusztig pour les groupes réductifs réels.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

La formation de l'équipe *Atlas*

Mathématiques
gonflables

David Vogan

Entre 1980 et 2000, des programmes de plus en plus sophistiqués calculent certains types de polynômes de Kazhdan-Lusztig.

Aucun n'a traité les difficultés liées aux groupes réductifs réels.

En 2001, Jeff Adams de l'Université du Maryland a suggéré que les ordinateurs et les mathématiques avaient avancé assez loin pour commencer un travail intéressant dans cette direction.

Adams a formé l'**équipe de recherche *Atlas*** visant à produire des **logiciels** pour rendre largement accessible de vieilles mathématiques, et à découvrir de **nouvelles mathématiques**.

Un premier objectif était de calculer les polynômes de Kazhdan-Lusztig pour les groupes réductifs réels.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

La formation de l'équipe *Atlas*

Entre 1980 et 2000, des programmes de plus en plus sophistiqués calculent certains types de polynômes de Kazhdan-Lusztig.

Aucun n'a traité les difficultés liées aux groupes réductifs réels.

En 2001, Jeff Adams de l'Université du Maryland a suggéré que les ordinateurs et les mathématiques avaient avancé assez loin pour commencer un travail intéressant dans cette direction.

Adams a formé l'équipe de recherche *Atlas* visant à produire des logiciels pour rendre largement accessible de vieilles mathématiques, et à découvrir de nouvelles mathématiques.

Un premier objectif était de calculer les polynômes de Kazhdan-Lusztig pour les groupes réductifs réels.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

La formation de l'équipe *Atlas*

Entre 1980 et 2000, des programmes de plus en plus sophistiqués calculent certains types de polynômes de Kazhdan-Lusztig.

Aucun n'a traité les difficultés liées aux groupes réductifs réels.

En 2001, Jeff Adams de l'Université du Maryland a suggéré que les ordinateurs et les mathématiques avaient avancé assez loin pour commencer un travail intéressant dans cette direction.

Adams a formé l'**équipe de recherche *Atlas*** visant à produire des **logiciels** pour rendre largement accessible de vieilles mathématiques, et à découvrir de **nouvelles mathématiques**.

Un premier objectif était de calculer les polynômes de Kazhdan-Lusztig pour les groupes réductifs réels.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

La formation de l'équipe *Atlas*

Entre 1980 et 2000, des programmes de plus en plus sophistiqués calculent certains types de polynômes de Kazhdan-Lusztig.

Aucun n'a traité les difficultés liées aux groupes réductifs réels.

En 2001, Jeff Adams de l'Université du Maryland a suggéré que les ordinateurs et les mathématiques avaient avancé assez loin pour commencer un travail intéressant dans cette direction.

Adams a formé l'**équipe de recherche *Atlas*** visant à produire des **logiciels** pour rendre largement accessible de vieilles mathématiques, et à découvrir de **nouvelles mathématiques**.

Un premier objectif était de calculer les polynômes de Kazhdan-Lusztig pour les groupes réductifs réels.

Comment programmer un ordinateur pour le faire ?

En juin 2002, **Jeff Adams** a sollicité **Fokko du Cloux**.

En novembre 2005, Fokko a complété le logiciel. *N'était-ce pas facile ?*

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

**Une dépendance
au silicium**

En 2006, Jeff a proposé de calculer les polynômes KL
pour le **groupe de Lie exceptionnel E_8** de dimension 248.

Comment programmer un ordinateur pour le faire ?

En juin 2002, **Jeff Adams** a sollicité **Fokko du Cloux**.

En novembre 2005, Fokko a complété le logiciel. N'était-ce pas facile ?

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

**Une dépendance
au silicium**

En 2006, Jeff a proposé de calculer les polynômes KL
pour le **groupe de Lie exceptionnel E_8** de dimension 248.

Comment programmer un ordinateur pour le faire ?

En juin 2002, **Jeff Adams** a sollicité **Fokko du Cloux**.

En novembre 2005, Fokko a complété le logiciel. N'était-ce pas facile ?

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

**Une dépendance
au silicium**

En 2006, Jeff a proposé de calculer les polynômes KL
pour le **groupe de Lie exceptionnel E_8** de dimension 248.

Comment programmer un ordinateur pour le faire ?

En juin 2002, **Jeff Adams** a sollicité **Fokko du Cloux**.

En novembre 2005, Fokko a complété le logiciel. N'était-ce pas facile ?



En 2006, Jeff a proposé de calculer les polynômes KL pour le **groupe de Lie exceptionnel E_8** de dimension 248.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

Comment programmer un ordinateur pour le faire ?

En juin 2002, **Jeff Adams** a sollicité **Fokko du Cloux**.

En novembre 2005, Fokko a complété le logiciel. N'était-ce pas facile ?



En 2006, Jeff a proposé de calculer les polynômes KL pour le **groupe de Lie exceptionnel E_8** de dimension 248.

Qu'est-ce que l'ordinateur doit faire ?

TÂCHE	DEMANDE sur l'ORDINATEUR
faire le diagramme : 453060 sommets, huit flèches à chacun	250Mo de RAM, 10 minutes (logiciel actuel : 30 secondes)
énumérer toutes les paires primitives de sommets : 6083626944	450Mo RAM, 5 secondes
calculer le polynôme pour chaque paire primitive	chercher quelques kilo-octets de mémoire, effectuer quelques milliers d'opérations entières $\times 6$ milliards
rechercher le polynôme en mémoire, l'ajouter s'il est nouveau	$4 \times 20 \times ??$ $\frac{\text{octets}}{\text{coefficient}} \quad \frac{\text{coefficients}}{\text{polynôme}} \quad \text{polynômes}$
inscrire le nombre du polynôme dans un tableau	25 gigaoctets RAM

Introduction

L'élimination de Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de Schubert

Le calcul (sans) des variétés de Schubert

Les polynômes Kazhdan-Lusztig

Une dépendance au silicium

LE GRAND INCONNU : le nombre de polynômes.

Nous espérons : 400 millions \rightsquigarrow 75 gigaoctets.

Nous craignons : 1 milliard \rightsquigarrow 150 gigaoctets.

Qu'est-ce que l'ordinateur doit faire ?

TÂCHE	DEMANDE sur l'ORDINATEUR
faire le diagramme : 453060 sommets, huit flèches à chacun	250Mo de RAM, 10 minutes (logiciel actuel : 30 secondes)
énumérer toutes les paires primitives de sommets : 6083626944	450Mo RAM, 5 secondes
calculer le polynôme pour chaque paire primitive	chercher quelques kilo-octets de mémoire, effectuer quelques milliers d'opérations entières $\times 6$ milliards
rechercher le polynôme en mémoire, l'ajouter s'il est nouveau	$4 \times 20 \times ??$ $\frac{\text{octets}}{\text{coefficient}} \quad \frac{\text{coefficients}}{\text{polynôme}} \quad \text{polynômes}$
inscrire le nombre du polynôme dans un tableau	25 gigaoctets RAM

Introduction

L'élimination de Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de Schubert

Le calcul (sans) des variétés de Schubert

Les polynômes Kazhdan-Lusztig

Une dépendance au silicium

LE GRAND INCONNU : le nombre de polynômes.

Nous espérons : 400 millions \rightsquigarrow 75 gigaoctets.

Nous craignons : 1 milliard \rightsquigarrow 150 gigaoctets.

Qu'est-ce que l'ordinateur doit faire ?

TÂCHE	DEMANDE sur l'ORDINATEUR
faire le diagramme : 453060 sommets, huit flèches à chacun	250Mo de RAM, 10 minutes (logiciel actuel : 30 secondes)
énumérer toutes les paires primitives de sommets : 6083626944	450Mo RAM, 5 secondes
calculer le polynôme pour chaque paire primitive	chercher quelques kilo-octets de mémoire, effectuer quelques milliers d'opérations entières $\times 6$ milliards
rechercher le polynôme en mémoire, l'ajouter s'il est nouveau	$4 \times 20 \times ??$ $\frac{\text{octets}}{\text{coefficient}} \quad \frac{\text{coefficients}}{\text{polynôme}} \quad \text{polynômes}$
inscrire le nombre du polynôme dans un tableau	25 gigaoctets RAM

Introduction

L'élimination de Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de Schubert

Le calcul (sans) des variétés de Schubert

Les polynômes Kazhdan-Lusztig

Une dépendance au silicium

LE GRAND INCONNU : le nombre de polynômes.

Nous espérons : 400 millions \rightsquigarrow 75 gigaoctets.

Nous craignons : 1 milliard \rightsquigarrow 150 gigaoctets.

Qu'est-ce que l'ordinateur doit faire ?

TÂCHE	DEMANDE sur l'ORDINATEUR
faire le diagramme : 453060 sommets, huit flèches à chacun	250Mo de RAM, 10 minutes (logiciel actuel : 30 secondes)
énumérer toutes les paires primitives de sommets : 6083626944	450Mo RAM, 5 secondes
calculer le polynôme pour chaque paire primitive	chercher quelques kilo-octets de mémoire, effectuer quelques mil- liards d'opérations entières ×6 milliards
rechercher le polynôme en mémoire, l'ajouter s'il est nouveau	$4 \times 20 \times ??$ <u>octets</u> <u>coefficients</u> polynômes coefficient polynôme
inscrire le nombre du polynôme dans un tableau	25 gigaoctets RAM

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

LE GRAND INCONNU : le nombre de polynômes.

Nous espérons : 400 millions \rightsquigarrow 75 gigaoctets.

Nous craignons : 1 milliard \rightsquigarrow 150 gigaoctets.

Qu'est-ce que l'ordinateur doit faire ?

TÂCHE	DEMANDE sur l'ORDINATEUR
faire le diagramme : 453060 sommets, huit flèches à chacun	250Mo de RAM, 10 minutes (logiciel actuel : 30 secondes)
énumérer toutes les paires primitives de sommets : 6083626944	450Mo RAM, 5 secondes
calculer le polynôme pour chaque paire primitive	chercher quelques kilo-octets de mémoire, effectuer quelques mil- liards d'opérations entières $\times 6$ milliards
rechercher le polynôme en mémoire, l'ajouter s'il est nouveau	$4 \times 20 \times ??$ $\frac{\text{octets}}{\text{coefficient}} \quad \frac{\text{coefficients}}{\text{polynôme}} \quad \text{polynômes}$
inscrire le nombre du polynôme dans un tableau	25 gigaoctets RAM

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

LE GRAND INCONNU : le nombre de polynômes.

Nous espérons : 400 millions \rightsquigarrow 75 gigaoctets.

Nous craignons : 1 milliard \rightsquigarrow 150 gigaoctets.

Qu'est-ce que l'ordinateur doit faire ?

TÂCHE	DEMANDE sur l'ORDINATEUR
faire le diagramme : 453060 sommets, huit flèches à chacun	250Mo de RAM, 10 minutes (logiciel actuel : 30 secondes)
énumérer toutes les paires primitives de sommets : 6083626944	450Mo RAM, 5 secondes
calculer le polynôme pour chaque paire primitive	chercher quelques kilo-octets de mémoire, effectuer quelques mil- liards d'opérations entières $\times 6$ milliards
rechercher le polynôme en mémoire, l'ajouter s'il est nouveau	$4 \times 20 \times ??$ $\frac{\text{octets}}{\text{coefficient}} \quad \frac{\text{coefficients}}{\text{polynôme}} \quad \text{polynômes}$
inscrire le nombre du polynôme dans un tableau	25 gigaoctets RAM

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

LE GRAND INCONNU : le nombre de polynômes.

Nous espérons : 400 millions \rightsquigarrow 75 gigaoctets.

Nous craignons : 1 milliard \rightsquigarrow 150 gigaoctets.

Qu'est-ce que l'ordinateur doit faire ?

TÂCHE	DEMANDE sur l'ORDINATEUR
faire le diagramme : 453060 sommets, huit flèches à chacun	250Mo de RAM, 10 minutes (logiciel actuel : 30 secondes)
énumérer toutes les paires primitives de sommets : 6083626944	450Mo RAM, 5 secondes
calculer le polynôme pour chaque paire primitive	chercher quelques kilo-octets de mémoire, effectuer quelques milliers d'opérations entières $\times 6$ milliards
rechercher le polynôme en mémoire, l'ajouter s'il est nouveau	$4 \times 20 \times ??$ $\frac{\text{octets}}{\text{coefficient}} \quad \frac{\text{coefficients}}{\text{polynôme}} \quad \text{polynômes}$
inscrire le nombre du polynôme dans un tableau	25 gigaoctets RAM

Introduction

L'élimination de Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de Schubert

Le calcul (sans) des variétés de Schubert

Les polynômes Kazhdan-Lusztig

Une dépendance au silicium

LE GRAND INCONNU : le nombre de polynômes.

Nous espérons : 400 millions \rightsquigarrow 75 gigaoctets.

Nous craignons : 1 milliard \rightsquigarrow 150 gigaoctets.

Qu'est-ce que l'ordinateur doit faire ?

TÂCHE	DEMANDE sur l'ORDINATEUR
faire le diagramme : 453060 sommets, huit flèches à chacun	250Mo de RAM, 10 minutes (logiciel actuel : 30 secondes)
énumérer toutes les paires primitives de sommets : 6083626944	450Mo RAM, 5 secondes
calculer le polynôme pour chaque paire primitive	chercher quelques kilo-octets de mémoire, effectuer quelques mil- liards d'opérations entières $\times 6$ milliards
rechercher le polynôme en mémoire, l'ajouter s'il est nouveau	$4 \times 20 \times ??$ $\frac{\text{octets}}{\text{coefficient}} \quad \frac{\text{coefficients}}{\text{polynôme}} \quad \text{polynômes}$
inscrire le nombre du polynôme dans un tableau	25 gigaoctets RAM

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

LE GRAND INCONNU : le nombre de polynômes.

Nous espérons : 400 millions \rightsquigarrow 75 gigaoctets.

Nous craignons : 1 milliard \rightsquigarrow 150 gigaoctets.

Qu'est-ce que l'ordinateur doit faire ?

TÂCHE	DEMANDE sur l'ORDINATEUR
faire le diagramme : 453060 sommets, huit flèches à chacun	250Mo de RAM, 10 minutes (logiciel actuel : 30 secondes)
énumérer toutes les paires primitives de sommets : 6083626944	450Mo RAM, 5 secondes
calculer le polynôme pour chaque paire primitive	chercher quelques kilo-octets de mémoire, effectuer quelques mil- liards d'opérations entières $\times 6$ milliards
rechercher le polynôme en mémoire, l'ajouter s'il est nouveau	$4 \times 20 \times ??$ $\frac{\text{octets}}{\text{coefficient}} \quad \frac{\text{coefficients}}{\text{polynôme}} \quad \text{polynômes}$
inscrire le nombre du polynôme dans un tableau	25 gigaoctets RAM

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

LE GRAND INCONNU : le nombre de polynômes.

Nous espérons : 400 millions \rightsquigarrow 75 gigaoctets.

Nous craignons : 1 milliard \rightsquigarrow 150 gigaoctets.

La fin de toutes choses

11/06 Des tests par **Birne Binegar** sur l'ordinateur **sage** de **William Stein** \rightsquigarrow nous aurions besoin de 150 gigaoctets RAM.

28/11/06 Nous nous sommes renseignés sur l'utilité d'un ordi à 150 Go en maths.

30/11/06 **Noam Elkies** : nous n'en avons pas besoin...

Un calcul de 150 Go $\xrightarrow{\text{(arithmétique modulaire)}}$ quatre calculs de 50 Go

03/12/06 **Marc van Leeuwen** ajoute l'**arithmétique modulaire** au logiciel.

19/12/06 Le calcul mod 251 sur **sage**. Cela a pris 17 heures :

```
Temps écoulé = 62575s. Fini à l = 64, y = 453059  
d_store.size() = 1181642979, prim_size = 3393819659
```

```
VmData: 64435824 kB
```

Écrire le résultat sur le disque : **deux jours**. Enquête : **bug** dans la routine de sortie. Résultats mod 251 **invalides**.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

La fin de toutes choses

11/06 Des tests par **Birne Binegar** sur l'ordinateur **sage** de **William Stein** \rightsquigarrow nous aurions besoin de 150 gigaoctets RAM.

28/11/06 Nous nous sommes renseignés sur l'utilité d'un ordi à 150 Go en maths.

30/11/06 **Noam Elkies** : nous n'en avons pas besoin...

Un calcul de 150 Go $\xrightarrow{\text{(arithmétique modulaire)}}$ quatre calculs de 50 Go

03/12/06 **Marc van Leeuwen** ajoute l'**arithmétique modulaire** au logiciel.

19/12/06 Le calcul mod 251 sur **sage**. Cela a pris 17 heures :

```
Temps écoulé = 62575s. Fini à l = 64, y = 453059  
d_store.size() = 1181642979, prim_size = 3393819659
```

```
VmData: 64435824 kB
```

Écrire le résultat sur le disque : **deux jours**. Enquête : **bug** dans la routine de sortie. Résultats mod 251 **invalides**.

La fin de toutes choses

11/06 Des tests par **Birne Binegar** sur l'ordinateur **sage** de **William Stein** \rightsquigarrow nous aurions besoin de 150 gigaoctets RAM.

28/11/06 Nous nous sommes renseignés sur l'utilité d'un ordi à 150 Go en maths.

30/11/06 **Noam Elkies** : nous **n'en avons pas besoin...**

Un calcul de 150 Go $\xrightarrow{\text{(arithmétique modulaire)}}$ quatre calculs de 50 Go

03/12/06 **Marc van Leeuwen** ajoute l'**arithmétique modulaire** au logiciel.

19/12/06 Le calcul mod 251 sur **sage**. Cela a pris 17 heures :

```
Temps écoulé = 62575s. Fini à l = 64, y = 453059  
d_store.size() = 1181642979, prim_size = 3393819659
```

```
VmData: 64435824 kB
```

Écrire le résultat sur le disque : **deux jours**. Enquête : **bug** dans la routine de sortie. Résultats mod 251 **invalides**.

La fin de toutes choses

11/06 Des tests par **Birne Binegar** sur l'ordinateur **sage** de **William Stein** \rightsquigarrow nous aurions besoin de 150 gigaoctets RAM.

28/11/06 Nous nous sommes renseignés sur l'utilité d'un ordi à 150 Go en maths.

30/11/06 **Noam Elkies** : nous **n'en avons pas besoin...**

Un calcul de 150 Go $\xrightarrow{\text{(arithmétique modulaire)}}$ quatre calculs de 50 Go

03/12/06 **Marc van Leeuwen** ajoute l'**arithmétique modulaire** au logiciel.

19/12/06 Le calcul mod 251 sur **sage**. Cela a pris 17 heures :

```
Temps écoulé = 62575s. Fini à l = 64, y = 453059  
d_store.size() = 1181642979, prim_size = 3393819659
```

```
VmData: 64435824 kB
```

Écrire le résultat sur le disque : **deux jours**. Enquête : **bug** dans la routine de sortie. Résultats mod 251 **invalides**.

La fin de toutes choses

11/06 Des tests par **Birne Binegar** sur l'ordinateur **sage** de **William Stein** \rightsquigarrow nous aurions besoin de 150 gigaoctets RAM.

28/11/06 Nous nous sommes renseignés sur l'utilité d'un ordi à 150 Go en maths.

30/11/06 **Noam Elkies** : nous **n'en avons pas besoin...**

Un calcul de 150 Go $\xrightarrow{\text{(arithmétique modulaire)}}$ quatre calculs de 50 Go

03/12/06 **Marc van Leeuwen** ajoute l'**arithmétique modulaire** au logiciel.

19/12/06 Le calcul mod 251 sur **sage**. Cela a pris 17 heures :

```
Temps écoulé = 62575s. Fini à l = 64, y = 453059  
d_store.size() = 1181642979, prim_size = 3393819659
```

```
VmData: 64435824 kB
```

Écrire le résultat sur le disque : **deux jours**. Enquête : **bug** dans la routine de sortie. Résultats mod 251 **invalides**.

La fin de toutes choses

11/06 Des tests par **Birne Binegar** sur l'ordinateur **sage** de **William Stein** \rightsquigarrow nous aurions besoin de 150 gigaoctets RAM.

28/11/06 Nous nous sommes renseignés sur l'utilité d'un ordi à 150 Go en maths.

30/11/06 **Noam Elkies** : nous **n'en avons pas besoin...**

Un calcul de 150 Go $\xrightarrow{\text{(arithmétique modulaire)}}$ quatre calculs de 50 Go

03/12/06 **Marc van Leeuwen** ajoute l'**arithmétique modulaire** au logiciel.

19/12/06 Le calcul mod 251 sur **sage**. Cela a pris 17 heures :

```
Temps écoulé = 62575s. Fini à l = 64, y = 453059  
d_store.size() = 1181642979, prim_size = 3393819659
```

```
VmData: 64435824 kB
```

Écrire le résultat sur le disque : **deux jours**. Enquête : **bug** dans la routine de sortie. Résultats mod 251 **invalides**.

La fin de toutes choses

11/06 Des tests par **Birne Binegar** sur l'ordinateur **sage** de **William Stein** \rightsquigarrow nous aurions besoin de 150 gigaoctets RAM.

28/11/06 Nous nous sommes renseignés sur l'utilité d'un ordi à 150 Go en maths.

30/11/06 **Noam Elkies** : nous **n'en avons pas besoin...**

Un calcul de 150 Go $\xrightarrow{\text{(arithmétique modulaire)}}$ quatre calculs de 50 Go

03/12/06 **Marc van Leeuwen** ajoute l'**arithmétique modulaire** au logiciel.

19/12/06 Le calcul mod 251 sur **sage**. Cela a pris 17 heures :

```
Temps écoulé = 62575s. Fini à l = 64, y = 453059  
d_store.size() = 1181642979, prim_size = 3393819659
```

```
VmData: 64435824 kB
```

Écrire le résultat sur le disque : **deux jours**. Enquête : **bug** dans la routine de sortie. Résultats mod 251 **invalides**.

La fin de toutes choses

11/06 Des tests par **Birne Binegar** sur l'ordinateur **sage** de **William Stein** \rightsquigarrow nous aurions besoin de 150 gigaoctets RAM.

28/11/06 Nous nous sommes renseignés sur l'utilité d'un ordi à 150 Go en maths.

30/11/06 **Noam Elkies** : nous **n'en avons pas besoin...**

Un calcul de 150 Go $\xrightarrow{\text{(arithmétique modulaire)}}$ quatre calculs de 50 Go

03/12/06 **Marc van Leeuwen** ajoute l'**arithmétique modulaire** au logiciel.

19/12/06 Le calcul mod 251 sur **sage**. Cela a pris 17 heures :

```
Temps écoulé = 62575s. Fini à l = 64, y = 453059  
d_store.size() = 1181642979, prim_size = 3393819659
```

```
VmData: 64435824 kB
```

Écrire le résultat sur le disque : **deux jours**. Enquête : **bug** dans la routine de sortie. Résultats mod 251 **invalides**.

La Grande Tribulation (suite)

21/12/06 21 :00 Démarrage du calcul mod 256 sur `sage`. Suite à calculer 452.174 des 453.060 lignes des polynômes KL en 14 heures, `sage` a **planté**.

22/12/06 LE SOIR Redémarrage mod 256. Fini en 11 heures.

```
( hip, hip, HOURRA!  
hip, hip, HOURRA! pthread_join(acclamation[k], NULL); ) :  
Temps écoulé = 40229s. Fini à l = 64, y = 453059  
d_store.size() = 1181642979, prim_size = 3393819659  
VmData: 54995416 kB
```

23/12/06 Démarrage du calcul mod 255 sur `sage`, qui s'est **planté**.

`sage` est resté planté jusqu'à
26/12/06 (en raison d'une
fête locale à Seattle).

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

La Grande Tribulation (suite)

21/12/06 21 :00 Démarrage du calcul mod 256 sur **sage**. Suite à calculer 452.174 des 453.060 lignes des polynômes KL en 14 heures, **sage** a **planté**.

22/12/06 LE SOIR Redémarrage **mod 256**. Fini en 11 heures.

```
( hip, hip, HOURRA!  
hip, hip, HOURRA! pthread_join(acclamation[k], NULL); ) :  
Temps écoulé = 40229s. Fini à l = 64, y = 453059  
d_store.size() = 1181642979, prim_size = 3393819659  
VmData: 54995416 kB
```

23/12/06 Démarrage du calcul mod 255 sur **sage**, qui s'est **planté**.

sage est resté planté jusqu'à
26/12/06 (en raison d'une
fête locale à Seattle).

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

La Grande Tribulation (suite)

21/12/06 21 :00 Démarrage du calcul mod 256 sur **sage**. Suite à calculer 452.174 des 453.060 lignes des polynômes KL en 14 heures, **sage** a **planté**.

22/12/06 LE SOIR Redémarrage **mod 256**. Fini en 11 heures.

```
( hip, hip, HOURRA!  
hip, hip, HOURRA! pthread_join(acclamation[k], NULL); ) :  
Temps écoulé = 40229s. Fini à l = 64, y = 453059  
d_store.size() = 1181642979, prim_size = 3393819659  
VmData: 54995416 kB
```

23/12/06 Démarrage du calcul mod 255 sur **sage**, qui s'est **planté**.

sage est resté **planté** jusqu'à
26/12/06 (en raison d'une
fête locale à Seattle).

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

La Grande Tribulation (suite)

21/12/06 21 :00 Démarrage du calcul mod 256 sur **sage**. Suite à calculer 452.174 des 453.060 lignes des polynômes KL en 14 heures, **sage** a **planté**.

22/12/06 LE SOIR Redémarrage **mod 256**. Fini en 11 heures.

```
( hip, hip, HOURRA!  
hip, hip, HOURRA! pthread_join(acclamation[k], NULL); ) :  
Temps écoulé = 40229s. Fini à l = 64, y = 453059  
d_store.size() = 1181642979, prim_size = 3393819659  
VmData: 54995416 kB
```

23/12/06 Démarrage du calcul mod 255 sur **sage**, qui s'est **planté**.

sage est resté **planté** jusqu'à
26/12/06 (en raison d'une
fête locale à Seattle).

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

La Grande Tribulation (suite)

21/12/06 21 :00 Démarrage du calcul mod 256 sur **sage**. Suite à calculer 452.174 des 453.060 lignes des polynômes KL en 14 heures, **sage** a **planté**.

22/12/06 LE SOIR Redémarrage **mod 256**. Fini en 11 heures.

```
( hip, hip, HOURRA!  
hip, hip, HOURRA! pthread_join(acclamation[k], NULL); ) :  
Temps écoulé = 40229s. Fini à l = 64, y = 453059  
d_store.size() = 1181642979, prim_size = 3393819659  
VmData: 54995416 kB
```

23/12/06 Démarrage du calcul mod 255 sur **sage**, qui s'est **planté**.

sage est resté **planté** jusqu'à
26/12/06 (en raison d'une
fête locale à Seattle).

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

La Grande Tribulation (suite)

21/12/06 21 :00 Démarrage du calcul mod 256 sur **sage**. Suite à calculer 452.174 des 453.060 lignes des polynômes KL en 14 heures, **sage** a **planté**.

22/12/06 LE SOIR Redémarrage **mod 256**. Fini en 11 heures.

```
( hip, hip, HOURRA!  
hip, hip, HOURRA! pthread_join(acclamation[k], NULL); ) :  
Temps écoulé = 40229s. Fini à l = 64, y = 453059  
d_store.size() = 1181642979, prim_size = 3393819659  
VmData: 54995416 kB
```

23/12/06 Démarrage du calcul mod 255 sur **sage**, qui s'est **planté**.

sage est resté **planté** jusqu'à 26/12/06 (en raison d'une fête locale à Seattle).



Nous avons mod 256...

26/12/06 `sage` a été redémarré. Polynômes KL mod 255 écrits sur disque.

27/12/06 Démarrage du calcul mod 253. A mi-chemin, `sage` a planté.

Les experts nous affirment que la cause n'a probablement pas été le Sasquatch (Yéti américain).

Ai-je mentionné que `sage` se trouve à Seattle ?

Nous avons décidé de ne plus abuser de `sage` pendant un an.

3/1/07 Les membres de l'équipe Atlas ont vieilli d'une année \rightsquigarrow l'équipe est trente ans plus sage \rightsquigarrow il est plus sûr de retourner au travail.

Polynômes KL mod 253 écrites sur disque. (12 heures).

Nous avons les calculs mod 253, 255, 256.

Théorème des restes chinois (TRC)

donne le calcul mod $253 \cdot 255 \cdot 256 = 16.515.840$.

Un petit calcul pour chacun des 13 milliards de coefficients.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

Nous avons mod 256...

26/12/06 **sage** a été redémarré. Polynômes KL mod 255 écrits sur disque.

27/12/06 Démarrage du calcul mod 253. A mi-chemin, **sage** a planté.

Les experts nous affirment que la cause n'a probablement pas été le **Sasquatch** (Yéti américain).

Ai-je mentionné que **sage** se trouve à Seattle ?

Nous avons décidé de ne plus abuser de **sage** pendant un an.

3/1/07 Les membres de l'équipe Atlas ont vieilli d'une année \rightsquigarrow l'équipe est trente ans plus sage \rightsquigarrow il est plus sûr de retourner au travail.

Polynômes KL mod 253 écrites sur disque. (12 heures).

Nous avons les calculs mod 253, 255, 256.

Théorème des restes chinois (TRC)

donne le calcul mod $253 \cdot 255 \cdot 256 = 16.515.840$.

Un petit calcul pour chacun des 13 milliards de coefficients.

Nous avons mod 256...

26/12/06 `sage` a été redémarré. Polynômes KL mod 255 écrits sur disque.

27/12/06 Démarrage du calcul mod 253. A mi-chemin, `sage` a planté.

Les experts nous affirment que la cause n'a probablement pas été le **Sasquatch** (Yéti américain).

Ai-je mentionné que `sage` se trouve à Seattle ?

Nous avons décidé de ne plus abuser de `sage` pendant un an.

3/1/07 Les membres de l'équipe Atlas ont vieilli d'une année \rightsquigarrow l'équipe est trente ans plus sage \rightsquigarrow il est plus sûr de retourner au travail.

Polynômes KL mod 253 écrites sur disque. (12 heures).

Nous avons les calculs mod 253, 255, 256.

Théorème des restes chinois (TRC)

donne le calcul mod $253 \cdot 255 \cdot 256 = 16.515.840$.

Un petit calcul pour chacun des 13 milliards de coefficients.

Nous avons mod 256...

26/12/06 `sage` a été redémarré. Polynômes KL mod 255 écrits sur disque.

27/12/06 Démarrage du calcul mod 253. A mi-chemin, `sage` a planté.

Les experts nous affirment que la cause n'a probablement pas été le **Sasquatch** (Yéti américain).

Ai-je mentionné que `sage` se trouve à Seattle ?

Nous avons décidé de ne plus abuser de `sage` pendant un an.

3/1/07 Les membres de l'équipe Atlas ont vieilli d'une année \rightsquigarrow l'équipe est trente ans plus sage \rightsquigarrow il est plus sûr de retourner au travail.

Polynômes KL mod 253 écrites sur disque. (12 heures).

Nous avons les calculs mod 253, 255, 256.

Théorème des restes chinois (TRC)

donne le calcul mod $253 \cdot 255 \cdot 256 = 16.515.840$.

Un petit calcul pour chacun des 13 milliards de coefficients.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

Nous avons mod 256...

26/12/06 `sage` a été redémarré. Polynômes KL mod 255 écrits sur disque.

27/12/06 Démarrage du calcul mod 253. A mi-chemin, `sage` a planté.

Les experts nous affirment que la cause n'a probablement pas été le **Sasquatch** (Yéti américain).

Ai-je mentionné que `sage` se trouve à Seattle ?

Nous avons décidé de ne plus abuser de `sage` pendant un an.

3/1/07 Les membres de l'équipe Atlas ont vieilli d'une année \rightsquigarrow l'équipe est trente ans plus sage \rightsquigarrow il est plus sûr de retourner au travail.

Polynômes KL mod 253 écrites sur disque. (12 heures).

Nous avons les calculs mod 253, 255, 256.

Théorème des restes chinois (TRC)

donne le calcul mod $253 \cdot 255 \cdot 256 = 16.515.840$.

Un petit calcul pour chacun des 13 milliards de coefficients.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

Nous avons mod 256...

26/12/06 `sage` a été redémarré. Polynômes KL mod 255 écrits sur disque.

27/12/06 Démarrage du calcul mod 253. A mi-chemin, `sage` a planté.

Les experts nous affirment que la cause n'a probablement pas été le **Sasquatch** (Yéti américain).

Ai-je mentionné que `sage` se trouve à Seattle ?

Nous avons décidé de ne plus abuser de `sage` pendant un an.

3/1/07 Les membres de l'équipe Atlas ont vieilli d'une année \rightsquigarrow l'équipe est trente ans plus sage \rightsquigarrow il est plus sûr de retourner au travail.

Polynômes KL mod 253 écrites sur disque. (12 heures).

Nous avons les calculs mod 253, 255, 256.

Théorème des restes chinois (TRC)

donne le calcul mod $253 \cdot 255 \cdot 256 = 16.515.840$.

Un petit calcul pour chacun des 13 milliards de coefficients.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

Nous avons mod 256...

26/12/06 **sage** a été redémarré. **Polynômes KL mod 255 écrits sur disque.**

27/12/06 Démarrage du calcul mod 253. A mi-chemin, **sage** a **planté**.

Les experts nous affirment que la cause n'a probablement pas été le **Sasquatch** (Yéti américain).

Ai-je mentionné que **sage** se trouve à Seattle ?

Nous avons décidé de ne plus abuser de **sage** pendant un an.

3/1/07 Les membres de l'équipe Atlas ont vieilli d'une année \rightsquigarrow l'équipe est trente ans plus sage \rightsquigarrow il est plus sûr de retourner au travail.

Polynômes KL mod 253 écrites sur disque. (12 heures).

Nous avons les calculs mod 253, 255, 256.

Théorème des restes chinois (TRC)

donne le calcul mod $253 \cdot 255 \cdot 256 = 16.515.840$.

Un petit calcul pour chacun des 13 milliards de coefficients.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

Nous avons mod 256...

26/12/06 `sage` a été redémarré. Polynômes KL mod 255 écrits sur disque.

27/12/06 Démarrage du calcul mod 253. A mi-chemin, `sage` a planté.

Les experts nous affirment que la cause n'a probablement pas été le **Sasquatch** (Yéti américain).

Ai-je mentionné que `sage` se trouve à Seattle ?

Nous avons décidé de ne plus abuser de `sage` pendant un an.

3/1/07 Les membres de l'équipe Atlas ont vieilli d'une année \rightsquigarrow l'équipe est trente ans plus sage \rightsquigarrow il est plus sûr de retourner au travail.

Polynômes KL mod 253 écrites sur disque. (12 heures).

Nous avons les calculs mod 253, 255, 256.

Théorème des restes chinois (TRC)

donne le calcul mod $253 \cdot 255 \cdot 256 = 16.515.840$.

Un petit calcul pour chacun des 13 milliards de coefficients.

Nous avons mod 256...

26/12/06 **sage** a été redémarré. Polynômes KL mod 255 écrits sur disque.

27/12/06 Démarrage du calcul mod 253. A mi-chemin, **sage** a planté.

Les experts nous affirment que la cause n'a probablement pas été le **Sasquatch** (Yéti américain).

Ai-je mentionné que **sage** se trouve à Seattle ?

Nous avons décidé de ne plus abuser de **sage** pendant un an.

3/1/07 Les membres de l'équipe Atlas ont vieilli d'une année \rightsquigarrow l'équipe est trente ans plus sage \rightsquigarrow il est plus sûr de retourner au travail.

Polynômes KL mod 253 écrites sur disque. (12 heures).

Nous avons les calculs mod 253, 255, 256.

Théorème des restes chinois (TRC)

donne le calcul mod $253 \cdot 255 \cdot 256 = 16.515.840$.

Un petit calcul pour chacun des 13 milliards de coefficients.

Les restes chinois

4/1/07 **Marc van Leeuwen** lance son logiciel TRC. Un compteur à l'écran affiche le numéro du polynôme : 0, 1, 2, 3, ..., 1181642978. Cela se révèle être une mauvaise idée.

5/1/07 LE MATIN Relancement du calcul TRC, avec compteur 0, 4096, 8192, 12288, 16536, ..., 1181642752, 1181642978.

Cela a bien fonctionné jusqu'à ce que **sage** ait **planté**.

William Stein (notre héros !) a remplacé le disque dur avec un autre contenant des fichiers de sauvegarde de nos 100 gigaoctets de calculs.

5/1/07 L'APRÈS-MIDI Re-relancement du calcul TRC.

6/1/07 07 :00 Le fichier de sortie était de 7 Go trop grand : **BUG** dans la routine de sortie.

7/1/07 02 :00 Marc a trouvé le **BUG**. Il a eu lieu seulement après le polynôme 858993459 ; nous avons testé jusqu'au polynôme 100000000.

7/1/07 06 :00 Re-re-relancement du calcul TRC.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

Les restes chinois

4/1/07 **Marc van Leeuwen** lance son logiciel TRC. Un compteur à l'écran affiche le numéro du polynôme : 0, 1, 2, 3, ..., 1181642978. Cela se révèle être une mauvaise idée.

5/1/07 LE MATIN Relancement du calcul TRC, avec compteur 0, 4096, 8192, 12288, 16536, ..., 1181642752, 1181642978. Cela a bien fonctionné jusqu'à ce que **sage** ait **planté**.

William Stein (notre héros !) a remplacé le disque dur avec un autre contenant des fichiers de sauvegarde de nos 100 gigaoctets de calculs.

5/1/07 L'APRÈS-MIDI Re-relancement du calcul TRC.

6/1/07 07 :00 Le fichier de sortie était de 7 Go trop grand : **BUG** dans la routine de sortie.

7/1/07 02 :00 Marc a trouvé le **BUG**. Il a eu lieu seulement après le polynôme 858993459 ; nous avons testé jusqu'au polynôme 100000000.

7/1/07 06 :00 Re-re-relancement du calcul TRC.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

Les restes chinois

4/1/07 **Marc van Leeuwen** lance son logiciel TRC. Un compteur à l'écran affiche le numéro du polynôme : 0, 1, 2, 3, ..., 1181642978. Cela se révèle être une mauvaise idée.

5/1/07 LE MATIN Relancement du calcul TRC, avec compteur 0, 4096, 8192, 12288, 16536, ..., 1181642752, 1181642978.

Cela a bien fonctionné jusqu'à ce que **sage** ait **planté**.

William Stein (notre héros !) a remplacé le disque dur avec un autre contenant des fichiers de sauvegarde de nos 100 gigaoctets de calculs.

5/1/07 L'APRÈS-MIDI Re-relancement du calcul TRC.

6/1/07 07 :00 Le fichier de sortie était de 7 Go trop grand : **BUG** dans la routine de sortie.

7/1/07 02 :00 Marc a trouvé le **BUG**. Il a eu lieu seulement après le polynôme 858993459 ; nous avons testé jusqu'au polynôme 100000000.

7/1/07 06 :00 Re-re-relancement du calcul TRC.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

Les restes chinois

4/1/07 **Marc van Leeuwen** lance son logiciel TRC. Un compteur à l'écran affiche le numéro du polynôme : 0, 1, 2, 3, ..., 1181642978. Cela se révèle être une mauvaise idée.

5/1/07 LE MATIN Relancement du calcul TRC, avec compteur 0, 4096, 8192, 12288, 16536, ..., 1181642752, 1181642978.

Cela a bien fonctionné jusqu'à ce que **sage** ait **planté**.

William Stein (notre héros !) a remplacé le disque dur avec un autre contenant des fichiers de sauvegarde de nos 100 gigaoctets de calculs.

5/1/07 L'APRÈS-MIDI Re-relancement du calcul TRC.

6/1/07 07 :00 Le fichier de sortie était de 7 Go trop grand : **BUG** dans la routine de sortie.

7/1/07 02 :00 Marc a trouvé le **BUG**. Il a eu lieu seulement après le polynôme 858993459 ; nous avons testé jusqu'au polynôme 100000000.

7/1/07 06 :00 Re-re-relancement du calcul TRC.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

Les restes chinois

4/1/07 **Marc van Leeuwen** lance son logiciel TRC. Un compteur à l'écran affiche le numéro du polynôme : 0, 1, 2, 3, ..., 1181642978. Cela se révèle être une mauvaise idée.

5/1/07 LE MATIN Relancement du calcul TRC, avec compteur 0, 4096, 8192, 12288, 16536, ..., 1181642752, 1181642978. Cela a bien fonctionné jusqu'à ce que **sage** ait **planté**.

William Stein (notre héros !) a remplacé le disque dur avec un autre contenant des fichiers de sauvegarde de nos 100 gigaoctets de calculs.

5/1/07 L'APRÈS-MIDI Re-relancement du calcul TRC.

6/1/07 07 :00 Le fichier de sortie était de 7 Go trop grand : **BUG** dans la routine de sortie.

7/1/07 02 :00 Marc a trouvé le **BUG**. Il a eu lieu seulement après le polynôme 858993459 ; nous avons testé jusqu'au polynôme 100000000.

7/1/07 06 :00 Re-re-relancement du calcul TRC.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

Les restes chinois

4/1/07 **Marc van Leeuwen** lance son logiciel TRC. Un compteur à l'écran affiche le numéro du polynôme : 0, 1, 2, 3, ..., 1181642978. Cela se révèle être une mauvaise idée.

5/1/07 LE MATIN Relancement du calcul TRC, avec compteur 0, 4096, 8192, 12288, 16536, ..., 1181642752, 1181642978.

Cela a bien fonctionné jusqu'à ce que **sage** ait **planté**.

William Stein (notre héros !) a remplacé le disque dur avec un autre contenant des fichiers de sauvegarde de nos 100 gigaoctets de calculs.

5/1/07 L'APRÈS-MIDI Re-relancement du calcul TRC.

6/1/07 07 :00 Le fichier de sortie était de 7 Go trop grand : **BUG** dans la routine de sortie.

7/1/07 02 :00 Marc a trouvé le **BUG**. Il a eu lieu seulement après le polynôme 858993459 ; nous avons testé jusqu'au polynôme 100000000.

7/1/07 06 :00 Re-re-relancement du calcul TRC.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

Les restes chinois

4/1/07 **Marc van Leeuwen** lance son logiciel TRC. Un compteur à l'écran affiche le numéro du polynôme : 0, 1, 2, 3, ..., 1181642978. Cela se révèle être une mauvaise idée.

5/1/07 LE MATIN Relancement du calcul TRC, avec compteur 0, 4096, 8192, 12288, 16536, ..., 1181642752, 1181642978.

Cela a bien fonctionné jusqu'à ce que **sage** ait **planté**.

William Stein (notre héros !) a remplacé le disque dur avec un autre contenant des fichiers de sauvegarde de nos 100 gigaoctets de calculs.

5/1/07 L'APRÈS-MIDI Re-relancement du calcul TRC.

6/1/07 07 :00 Le fichier de sortie était de 7 Go trop grand : **BUG** dans la routine de sortie.

7/1/07 02 :00 Marc a trouvé le **BUG**. Il a eu lieu seulement après le polynôme 858993459 ; nous avons testé jusqu'au polynôme 100000000.

7/1/07 06 :00 Re-re-relancement du calcul TRC.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

Qui a jamais pu sonder les profondeurs de l'abîme ?

Mathématiques
gonflables

David Vogan

8/1/07 09 :00 Fin de l'écriture sur le disque des polynômes pour E_8 .

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

**Une dépendance
au silicium**

Qui a jamais pu sonder les profondeurs de l'abîme ?

8/1/07 09 :00 Fin de l'écriture sur le disque des polynômes pour E_8 .

Alors, quel est le point ?

En automne 2004, Fokko du Cloux se trouvait au MIT avec un collègue du groupe Atlas, Dan Ciubotaru. Fokko était à mi-parcours de l'écriture du logiciel dont je vous ai parlé : le point où ni la fin du tunnel, ni le début n'était visible depuis longtemps.

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

Qui a jamais pu sonder les profondeurs de l'abîme ?

8/1/07 09 :00 Fin de l'écriture sur le disque des polynômes pour E_8 .

Alors, quel est le point ?

En automne 2004, Fokko du Cloux se trouvait au MIT avec un collègue du groupe Atlas, Dan Ciubotaru. Fokko était à mi-parcours de l'écriture du logiciel dont je vous ai parlé : le point où ni la fin du tunnel, ni le début n'était visible depuis longtemps.

À la fin d'un week-end de mathématiques, Dan dit : « Fokko, regardes-nous. Nous passons le dimanche tout seul au travail ».

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

Qui a jamais pu sonder les profondeurs de l'abîme ?

8/1/07 09 :00 Fin de l'écriture sur le disque des polynômes pour E_8 .

Alors, quel est le point ?

En automne 2004, Fokko du Cloux se trouvait au MIT avec un collègue du groupe Atlas, Dan Ciubotaru. Fokko était à mi-parcours de l'écriture du logiciel dont je vous ai parlé : le point où ni la fin du tunnel, ni le début n'était visible depuis longtemps.

À la fin d'un week-end de mathématiques, Dan dit : « Fokko, regardes-nous. Nous passons le dimanche tout seul au travail ».

Fokko fut surpris, mais pas bouche bée :
« Je ne sais pas pour toi, mais je m'amuse comme un fou ! »

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium

Qui a jamais pu sonder les profondeurs de l'abîme ?

8/1/07 09 :00 Fin de l'écriture sur le disque des polynômes pour E_8 .

Mathématiques
gonflables

David Vogan

Introduction

L'élimination de
Gauss-Jordan

L'ordre de Bruhat

Les variétés de
Schubert

Le calcul (sans)
des variétés de
Schubert

Les polynômes
Kazhdan-Lusztig

Une dépendance
au silicium



Fokko du Cloux

20 décembre 1954–10 novembre, 2006